(۹)

بسمه تعالی

Subject:
Date

# انتقال حرارت II

جلسه اول تعطیل
جلسه دوم

انتقال حرارت : هدایتی / جابجایی / تشعشع ← h مهم (انتقال II)

جابجایی و تشعشع ← انتقال I

- سرفصل ها -

1. مقدمه
2. جریان خارجی (مومنتوم) (لایه مرزی)
3. جریان داخلی
4. جابجایی آزاد (Natural Conv.)
5. جوشش و میعان
6. مبدل های حرارتی

بارم بندی : ۴ نمره میانترم (بعد کلاس) + ۱۴ نمره پایانترم + ۲ نمره حل تمرین

مرجع : اینکروپرا

---

جلسه سوم

یادآوری از بحث انتقال حرارت :

مکانیزم های اصلی انتقال حرارت : 1) Conduction (هدایتی) 2) Convection (همرفتی) 3) radiation (تابشی)

1) توسط ارتعاش مولکول از سمت گرم به سرد از طریق شبه اتم حاصل میشود گرما انتقال می یابد

انتقال حرارت جهت دارد ← یک معادله باشد قانون فوریه صدق کند داریم :

$$Q = -AK \frac{dT}{dx}$$

conductivity (ضریب هدایت)

PAPCO

Scanned by CamScanner

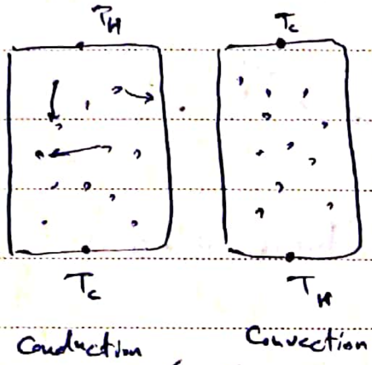
Subject: ②
Date

اگر $q_{gen}=0$ باشد ← Q وارده به طور مستقیم با Q خارج شده برابر باشد ← steady state

steady state → $\frac{dT}{dx}=cte$ ⟶ از معادله انرژی ⟶ $k\nabla^2 T + \dot{q}_{gen} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$

($\dot{q}_{gen}=0$ ، $\frac{\partial T}{\partial t}=0$)

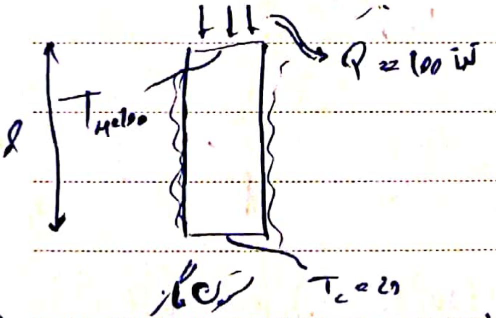
$\frac{d^2T}{dx^2}=0$ ⟶ خطی




* در مایعات انتقال حرارت به صورت برخورد مولکول‌ها انجام می‌شود.

* در حالتی که $T_H$ پایین است، گاز تعدیل شده و سیال حرکت نمی‌کند.

* در حالت conduction به هر صفحه که نگاه کنیم انرژی هر مولکول [illegible] یک مولکول قبلی وجود دارد
و جابجایی اتم‌ها به یک طرف جابجایی نمی‌کنیم (به صورت [illegible])




* بدست آوردن K در این حالت conduction:

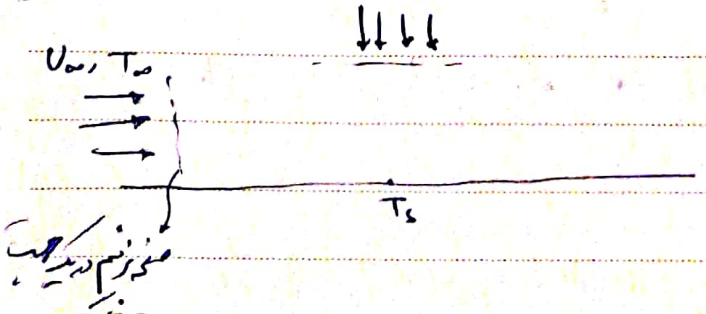
$\dot{Q} = -kA\frac{T_H - T_c}{l}$ ← بدست می‌آید.

* $k_{جامد} > k_{مایع} > k_{گاز}$

← تراکم و تعداد بیشتر اتم در حجم ثابت

بهترین عایق برای conduction خلأ است ← شبیه فضای بین [illegible] (cond. [illegible])

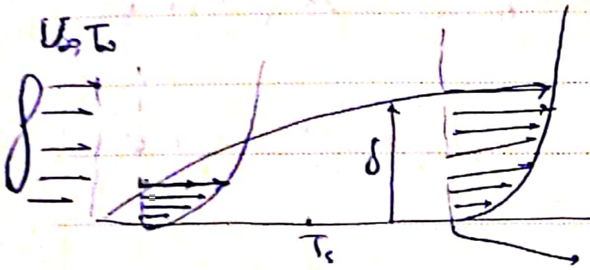
* همرفت:




[illegible] ← [illegible] (دما کل)

Subject:
Date

* در انتقال حرارت جابجایی اولین case مورد بررسی سرعت است. با عبور جریان از روی صفحه لایه مرزی تشکیل می‌شود ← خارج لایه مرزی تنش برشی نداریم چون سرعت در لبه‌ای که 0.99 برابر سرعت سیال می‌رسد.



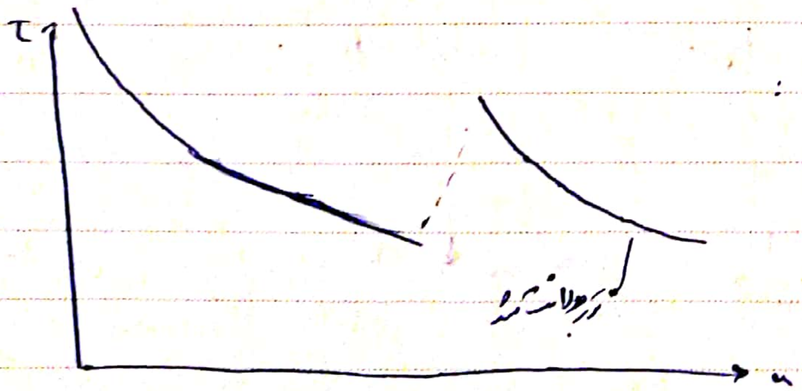

با جلوتر رفتن به دلیل اثرات لایه‌ها ← به دلیل اصطکاک سرعت صفر است + شرط عدم لغزش
پس هم اثر اصطکاک چسبندگی بیشتر می‌شود

* در سیالات (در کل در سیالات)، اصطکاک برابر با هم است. زیرا اثر تنش برشی در طول دیواره مؤثر است.

$$\tau = \mu \left.\frac{du}{dy}\right|_{y=0}$$

* این جریان خارجی بود ← از یک طرف به صفحه، از یک طرف به جسم محدود.

* در جریان داخلی دیگر تنش برشی به صورت مستقیم برابر با در رویکرد سیالات معادل نیست. (اما اثبات نشده‌ایم بسته)




* تغییرات تنش برشی با x:

در نوک صفحه: $\tau = \mu \frac{u_\infty - 0}{\delta}$
$= \infty$

* با افزایش سرعت سیال، در حرکت به دلیل فرصت کمتر سیال برای از دست دادن سرعت، δ کم می‌شود (البته ...) سرعت افزایش می‌یابد.

PAPCO

Scanned by CamScanner

Subject: ④
Date

* با افزایش μ، انرژی سیال افزایش می‌یابد ← انرژی damp می‌شود توسط اصطکاک.
بنابراین δ شکل حالت سرعت تغییر می‌کند.

* با افزایش ρ، تنش برشی کم می‌شود (زیاد) (با تضعیف تنش برشی) لایه مرزی (δ) نزدیک‌تر می‌شود.

در این حالت نمی‌توان با تغییرات τ تغییرات δ را پیش‌بینی کرد زیرا μ ثابت نیست.

* با ترکیب پارامترهای فوق:

$$Re_x = \frac{\rho U_\infty x}{\mu}$$

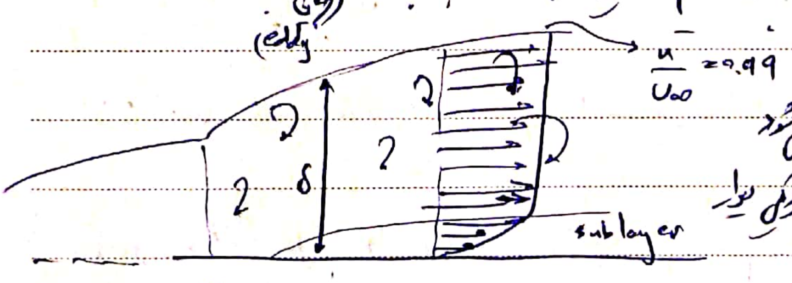
این است که تغییرات δ را مشخص می‌کند

* نیروی اینرسی و نیروی اصطکاک ← شاخص آن عدد Re است

$\delta \downarrow \Leftarrow Re \uparrow$

(در یک x مشخص) (در بازه معین)

* اگر $Re_x$ از $5\times10^5$ بگذرد، توربولانس داریم. یعنی لایه‌های بالا و پایین برگشت دارند.




$Re_x < 5\times10^5$

* در بخش بالا mixing صورت می‌گیرد ← یکنواخت می‌شود
تغییرات، بنابراین تغییرات عمده در نزدیکی دیوار رخ می‌دهد

گرادیان سرعت بیشتر می‌شود ← تنش برشی ↑

در گرو ذهن این مقدار است
به دلیل زبری [illegible]

اگر زبری [illegible] ← $Re_x = 10^7$ ← $5\times10^5$ حالت عادی است.
هم ممکن است بشود!

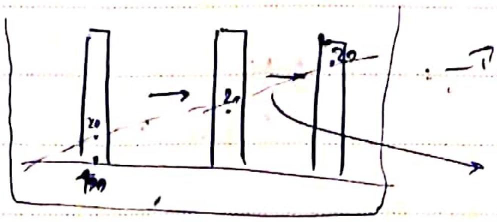
سوال: یک مثال دمای لایه مرزی! ←

Subject: (5)
Date

مولکول نزدیک دیواره دمای دیواره را می‌گیرد (عدم لغزش دما) ← دمایشان را به مولکول ها انتقال می‌دهند

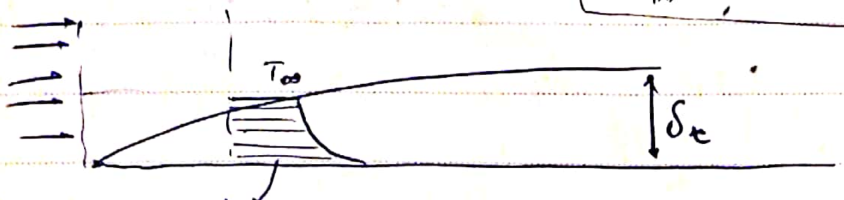
← لایه مرزی دمایی

شکل مقابل ظرف آب :



شبه لایه مرزی

بالا می‌رود.




خطوط جهت شیب [illegible] است

* بنابراین Q انتقالی از دیواره به سیال :

$$q''_x = h_x(T_s - T_\infty) \quad (I)$$

فرمول ابداعی است. می‌توان فرمول های دیگری تعریف کرد

$$q''_x = h_x \sin(T_s - T_\infty) \quad ✗$$

$$q''_x = h_x(T_s - T_a) \quad ✗$$

این فرمول کارها را ساده تر می‌کند.

* $h_x$ در این سه فرمول متفاوت است

مثل : $h_x^2 + Ah_x + 1$

در نهایت $q''_x$ یکسان است.

$(u, v = 0)$

تا ندانیم $q''_x$ چیست، نمی‌توان $h_x$ را مشخص کرد. چون روی دیواره سرعت صفر است نرخ انتقال حرارت هدایتی است. بنابراین می‌توان گفت :

$$q'' = -k \frac{dT}{dy}\Big|_{y=0} \quad (II)$$

(جابجایی نداریم)

حال برابر (I) , (II) ←

$$-k_{\text{سیال}} \frac{dT}{dy}\Big|_{y=0} = h_x(T_s - T_\infty)$$

(در x مشخص)

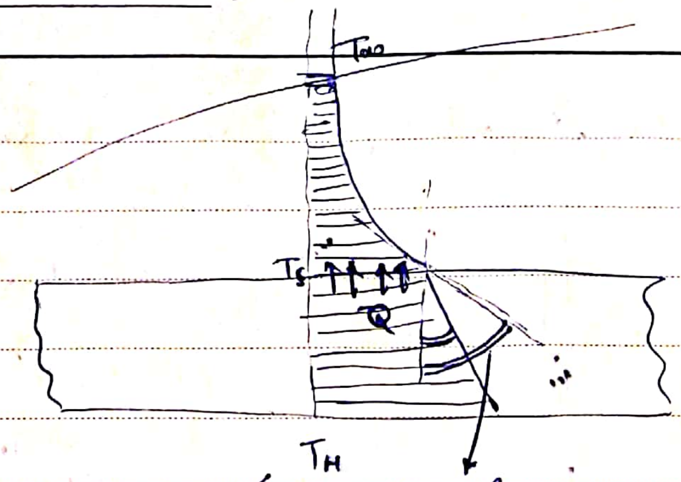
$$\Rightarrow h_x = -\frac{k_w \frac{dT}{dy}\Big|_{y=0}}{T_s - T_\infty}$$

* در این درس هر [illegible] در رابطه حرارت از طرف سیال ← k همیشه k مربوط به سیال است

P4PCO

Scanned by CamScanner

Subject:
Date




پروفیل تغییرات دما :

$$-k_{solid}\frac{dT}{dy}\Big|_{solid} = -k_{fluid}\frac{dT}{dy}\Big|_{fluid}$$

از دمای لایه نازک دمای ... محاسبه می‌شود. — سهم همرفت

شیب ما برابر نیست! ولی بعد از ضرب k ها برابر است.

---

## جلسه چهارم

گفتیم لایه مرزی دمایی تشکیل می‌گردد، داریم :

$$h_x(T_s-T_\infty) = q'' = -k\frac{dT}{dy}\Big|_{y=0}$$

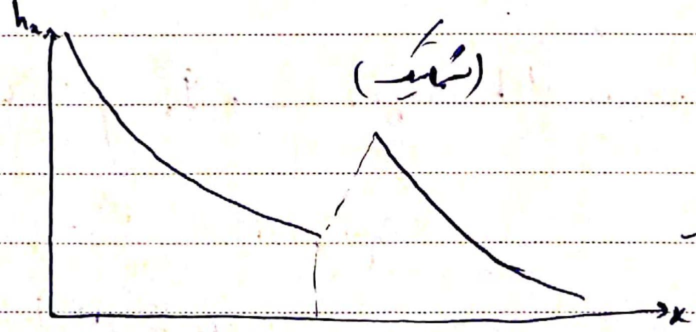
$$h_x = \frac{-k_{fl}\frac{dT}{dy}\Big|_{y=0}}{T_s-T_\infty}$$

از طرف سیال به آن نگاه می‌کنیم :

بدون دانستن شیب تغییرات دما $\left(\frac{dT}{dy}\right)$ در نزدیکی دیواره تعیین $h_x$ غیرممکن است.

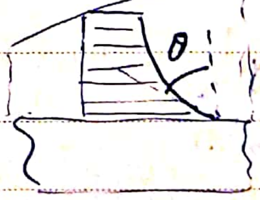
* تغییرات h بر حسب x :

(شماتیک)

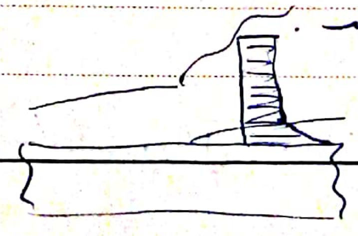



* در ابتدا $T_s$ و $T_\infty$ هستند و شیب θ داریم و h بی‌نهایت است.

$\theta = 90^\circ$




* در $Re = 5\times10^5$ که زیرلایه دمایی تشکیل می‌شود، در عمق لایه‌ی ... mixing داریم. بنابراین تغییر دمای زیادی نداریم و عمده تغییرات دما در نزدیکی دیواره است.



PAPCO

Scanned by CamScanner

* $q''$ تغییراتی مشابه $h_x$ دارد. $q'' \propto h_x$ به دلیل تغییر نامعلوم $h_x$، انتقال حرارت کلی را نمی‌توان از این انتگرال گرفته شود.

$Q_{(w)} = \int q''_x \, dx \times b$ = کل حرارت عبوری از صفحه (Watt)

(عمق: $b$)

حالا به جای $q''_x$ در فرمول $h_x$ را قرار می‌دهیم →

$$Q_{(w)} = \int_0^L h_x (T_s - T_\infty)\, b\, dx$$

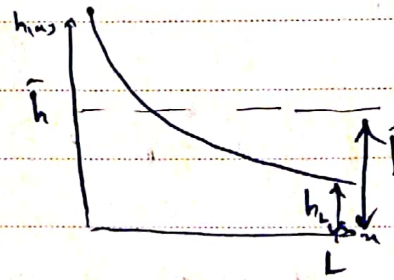
به خاطر نامعلوم بودن تعریف نا قابل حذف از دو طرف

به تعریف $h$ متوسط:
$$\bar{h}\, L \times b\,(T_s - T_\infty) = Q_{(w)} = \int_0^L h_x (T_s - T_\infty)\, b\, dx$$

$$\Rightarrow \bar{h} = \frac{1}{L}\int_0^L h_x \, dx$$ → این $h$ در انتگرال $\frac{1}{2}$ داده شده است

* دو نوع مسئله: $T_s$، $T_\infty$ معلوم / شار مجهول

$q''$، $T_\infty$ معلوم / دمای سطح مجهول ← معمولاً در دست داریم $T_s \cong T_\infty$ باشد




$\bar{h} > h_L$

حال در نظر بگیرید: $h_{(x)} = a x^{-0.1}$

$$\Rightarrow \bar{h} = \frac{1}{L}\int_0^L a x^{-0.1}\, dx$$

$$\Rightarrow \bar{h} = \frac{1}{L}\left[a \frac{x^{0.9}}{0.9}\right]_0^L \Rightarrow \bar{h} = 1.11\, h_{(L)}$$

$h$ در نقطه $L$

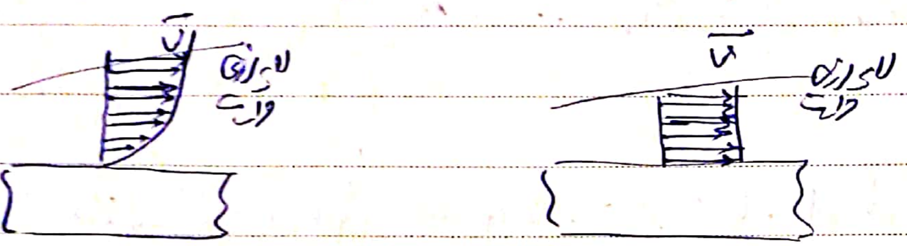


Scanned by CamScanner

* با افزایش سرعت (← طبق دقیق‌تر افزایش رینولدز)، انتقال حرارت بیشتر می‌شود (لایه مرزی حرارتی کوچک می‌شود)

فرض: می‌دانیم لایه مرزی سرعت کوچک می‌گردد. فرض کنیم لایه مرزی حرارتی ثابت بماند — دو لایه مرزی تقریباً

در این حالت پس از رسیدن به $U_\infty \to \infty$ در کل لایه مرزی حرارتی که $\delta_t$ ثابت داشته است سرعت یکنواخت و $U_\infty \to \infty$ می‌شود. بنابراین انتقال حرارت باید تغییر کند تا منطقی باشد.




$U_\infty = cte$ $\qquad$ $U_\infty \to \infty$

* انتقال حرارت در سرعت بیشتر بهتر انجام می‌شود، چون سیالی که در جریان است در طول صفحه داغ فرصت کمتری دارد و سریع جایگزین می‌شود با سیال خنک.

* نکته کلی: معمولاً هر بلایی سر لایه مرزی سرعت بیاید، سر لایه مرزی حرارت هم می‌آید. اما از لحاظ فهم فرق دارند. مثلاً از نظر سیالاتی چون با افزایش سرعت، درگ زیاد می‌شود ← بد است.
از نظر حرارت چون با افزایش سرعت، انتقال حرارت زیاد می‌شود ← خوب است.

بررسی تشعشع: صفحه در یک حفره بزرگ (Cavity)

هر سطح سیاه تعدادی فوتون منتشر دارد که بر واحد سطح می‌شود: $E_b \left(\frac{W}{m^2}\right) = \sigma T_s^4$

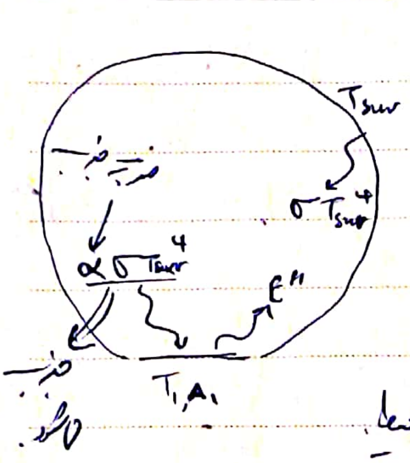
black body

$E = \varepsilon E_b \Rightarrow \boxed{E = \varepsilon \sigma T_s^4}$ (جسم واقعی)

$\varepsilon$ ← ضریب تشعشع

PAPCO

* دیدیم cavity حفره بزرگ است رفتار شبه جسم سیاه دارد.




برای این: $q'' = \varepsilon\sigma T_s^4 - \alpha\sigma T_{sur}^4$

برای پایا ماندن دما باید برای $q''$ داده شود تا دما به تعادل نرسد با محیط

* گفتیم اگر رفتار خاکستری باشد $\varepsilon = \alpha$ داریم. دلیل خاکستری یعنی اختلاف دمای دو سطح بالا نباشد و طیف گسیل شونده در این دو سطح نزدیک به هم باشد. (مثلاً 6000 درجه و دمای اتاق نیست!)

$$\rightarrow q'' = \varepsilon\sigma(T_s^4 - T_{sur}^4)$$

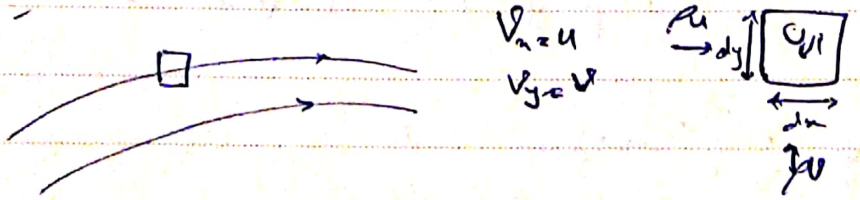
---

جلسه پنجم

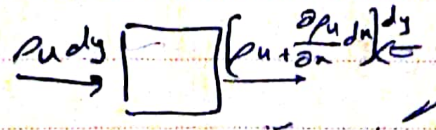
بررسی ساختار روابط حاکم بر جابجایی

۱- بقای جرم (اما روابط را چون در بعد دو رسم می‌کنیم ولی در سه بعد هم ممکن است)

(فرض پایا بودن جریان برقرار است و پارامترها تغییر نمی‌کنند) نسبت به t




حال اگر $\rho u$ با تغییر x تغییر کند ← بسط تیلور




$$\rho u\, dy \rightarrow \left(\rho u + \frac{\partial \rho u}{\partial x} dx\right) dy$$

این شکل دارد می‌گوید اگر $\frac{\partial \rho u}{\partial x}$ را نگه داریم ← بر حسب نسبت چه تغییری حاصل می‌شود

PAPCO

Scanned by CamScanner

در راستای y نیز همینطور است. طبق قانون بقای جرم و steady بودن:

$$\sum \dot m_{in} = \sum \dot m_{out} \Rightarrow \left[\rho v + \frac{\partial \rho v}{\partial y} dy\right]dx - \rho v\, dx + \left[\rho u + \frac{\partial \rho u}{\partial x}dx\right]dy - \rho u\, dy = 0$$

حذف عبارات مشابه

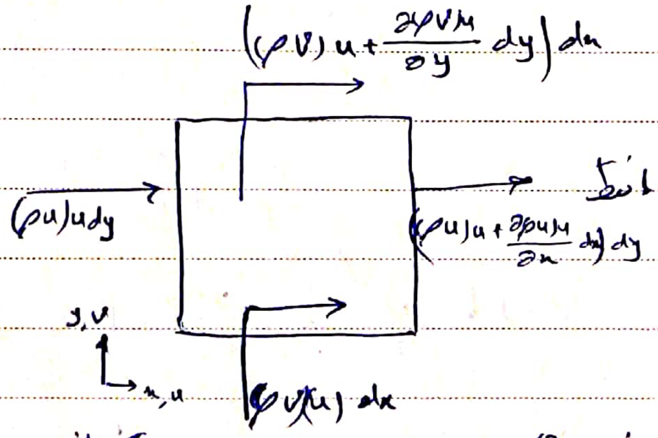
$$\Rightarrow \frac{\partial \rho v}{\partial y} dx dy + \frac{\partial \rho u}{\partial x} dx dy = 0 \Rightarrow \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = 0$$

فرض $\rho$ cte ، $M_{\dots} < 0.3$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

یعنی اگر u در راستای x زیاد شود در سیال غیرقابل تراکم، باید v در راستای y کمتر شود.

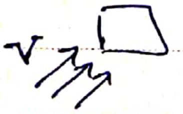
2_ قانون دوم




* مومنتوم در جهت x و y را در نظر بگیرید که فقط جهت x را رسم و y مشابه است.

کل $\dot m$ ورودی که u دارد ... $\rho u u$ هم داریم

* چون در اصل $\rho u$ و $\rho u u$ را در نظر گرفتیم مشکلات تغییر u در راستای y از بین می‌رود.




* استدلال مشابه در راستای y هم صادق است.

تغییرات انرژی ... کل $\dot m$

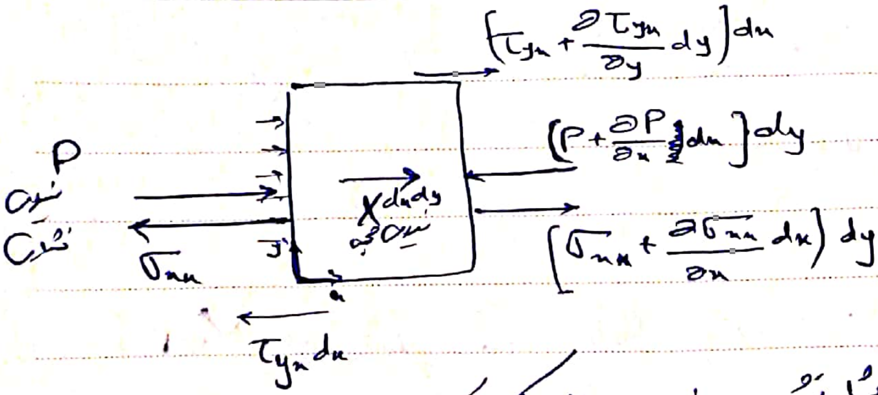
$$\frac{\partial \rho u u}{\partial x} dx dy + \frac{\partial \rho v u}{\partial y} dx dy = \dots (?)$$

* تغییرات انرژی ناشی از نیروهای ... (فشار، تنش برشی)

و ... حجمی ... ثقل



Scanned by CamScanner




* تنش‌ها و نیروها ناشی از گرادیان سرعت و ذرات هستند.

* $\sigma_{xx}$ و P را جدا می‌گیریم

که در تانسور تنش لحظه اعمال همه شار شود. معمولاً در سیالی که ساکن است P داریم ولی $\sigma_{xx}$ نداریم پس جدا است.

حذف جملات مشابه و حذف

$$\longrightarrow F_x = \left[\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} - \frac{\partial P}{\partial x} + X\right] dx\,dy$$

* معمولاً جریان ایستایی و قابل تراکم است. حال:

تغییرات نیرو = تغییرات انرژی $\Rightarrow$

$$\frac{\partial (\rho u) u}{\partial x} dx\,dy + \frac{\partial (\rho v) u}{\partial y} dx\,dy = \left[\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} - \frac{\partial P}{\partial x} + X\right] dx\,dy$$

$$\Rightarrow \frac{\partial (\rho u) u}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v) u}{\partial y} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} - \frac{\partial P}{\partial x} + X$$

با استفاده از پیوستگی

$$u \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \text{تست}$$

$$u\left(\frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y}\right)$$

= 0 طبق پیوستگی

$$\Rightarrow \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \cdots \text{(تست)}$$



Scanned by CamScanner

$$\sigma_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)$$

(داریم) $$\tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)$$

(اشتباه: حرف اصلی در ثابت بودن μ زده نشده است)

(سمت چپ) $$= \frac{\partial}{\partial x}\left[2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)\right] - \frac{\partial P}{\partial x} + X$$

با فرض تراکم ناپذیری ⇐ 0 است

⇐ (فرض تراکم ناپذیری سیال) ⟵

(سمت چپ) $$= 2\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} - \frac{\partial P}{\partial x} + X$$

رابطه (سمت چپ) ناشی از $$= -\frac{\partial P}{\partial x} + X + \mu \frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right] + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

طبق تراکم ناپذیری صفر است

$$\Rightarrow \rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) + X$$

ناویر استوکس در راستای X

$$\rho\left(u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y}\right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) + Y$$

ناشی از اینرسی — ناشی از فشار — ناشی از اصطکاک — خارجی

در راستای y

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \alpha}{\partial y^2} = \nabla^2 \alpha$$

اگر سه بعدی حل کنیم یک ترم به هر طرف اضافه میشود

$$\ldots + w\frac{\partial u}{\partial z} = \ldots\left(\ldots + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) + \ldots$$



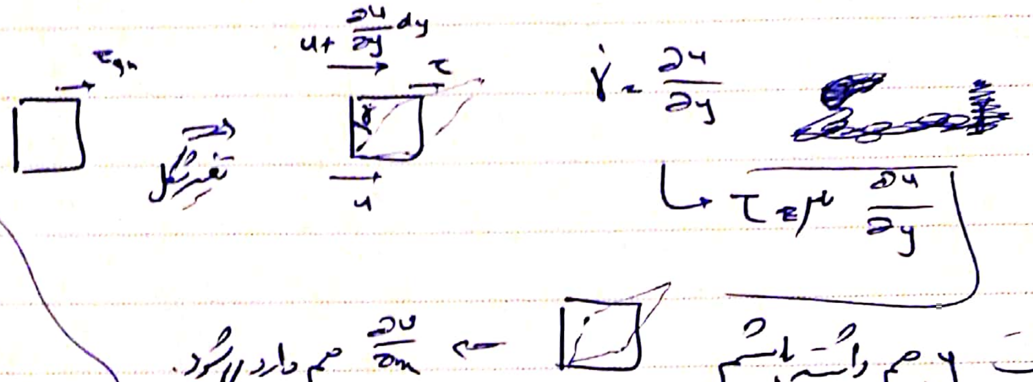
Scanned by CamScanner

* ترم ۲ ⟸ $\rho g$ است زیرا نیروی بدنه $\rho g$ body و در نهایت $\rho g$ می ماند.

* ترم های X و Y برای تنش های طبیعی باید باشد.

۳- معادله انرژی

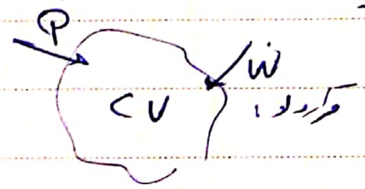
* نکته: یکی از دلایل رسیدن به معادله انرژی: چرا $\tau_{yx}$ آن عبارت شد؟

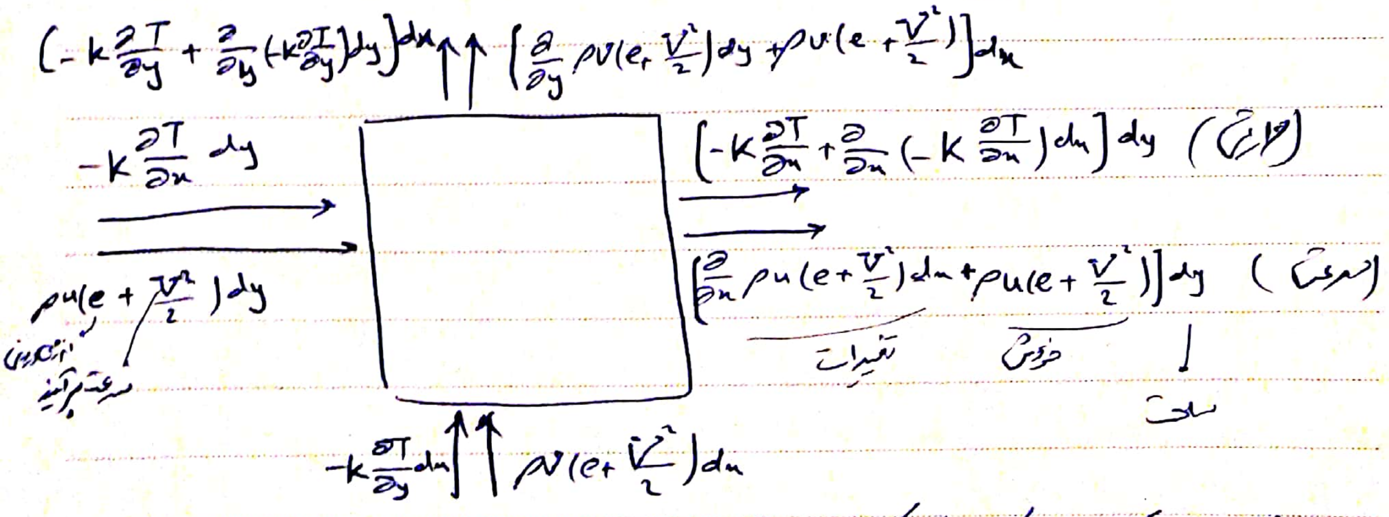



در جهت y هم داشته باشیم ← $\frac{\partial v}{\partial x}$ هم وارد می شود.

برگردیم به معادله انرژی:

توان خروجی − توان ورودی = $\dot{Q}$ (نرخ گرمای داده شده) + $\dot{W}$ (نرخ کار)

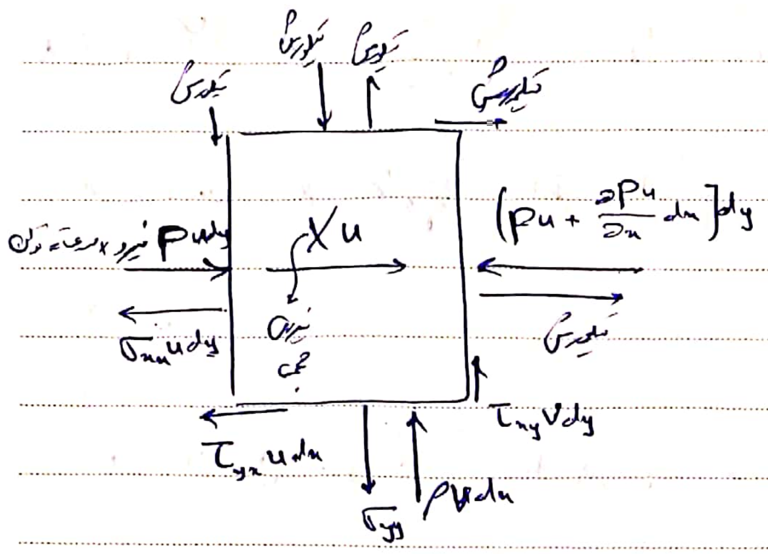



* اگر سیال حرکت نکند کار انتقالی نداشتیم ← برای رسانش نرخ ورودی خروجی نوشت

PAPCO
Scanned by CamScanner

* نیروهایی که کار انجام می‌دهند:



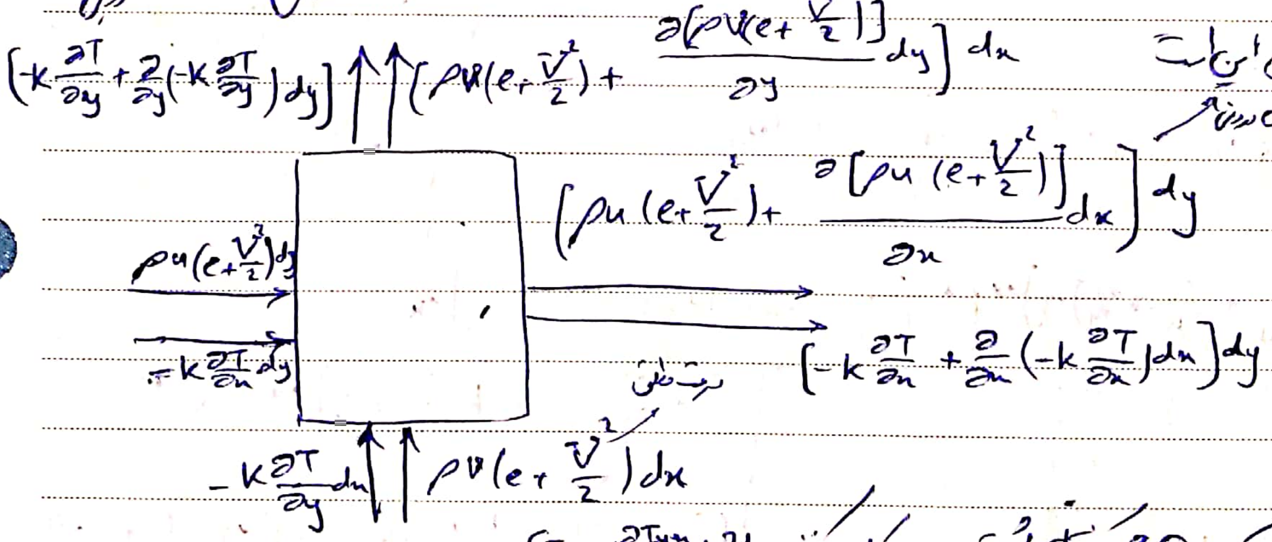

* Convection همان انتقال از Conduction و سرعت سیال است.

جلسه ششم

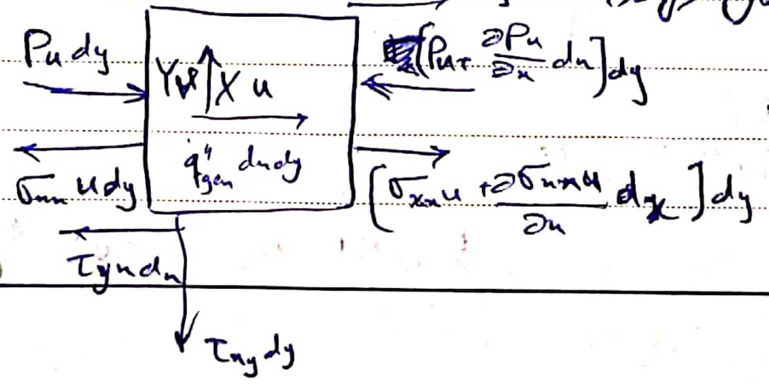
در قانون بقای انرژی داریم گفتیم:

حرارت اعمال شده + کار اعمال شده = توان ورودی − توان خروجی

کانوکشن این است: تغییر انرژی درونی سیال




نیروهایی که روی حجم کنترل اعمال کار می‌کنند،






Scanned by CamScanner

X ضرب می‌شود چون در معادله مومنتم که ... داشتیم:

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left[\rho u\left(e+\frac{V^2}{2}\right)\right]-\frac{\partial}{\partial y}\left[\rho v\left(e+\frac{V^2}{2}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)$$

پس از ساده‌سازی عبارات گرمایی:

$$+(Xu+Yv)-\frac{\partial}{\partial x}(Pu)-\frac{\partial}{\partial y}(Pv)+\frac{\partial}{\partial x}(\sigma_{xx}u+\tau_{xy}v)+\frac{\partial}{\partial y}(\sigma_{yy}v+\tau_{yx}u)$$

$$+\dot{q}'''_{gen}=0$$

می‌دانیم: $V^2=u^2+v^2$ , X مومنتم: $\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=\ldots \Leftarrow X\frac{u}{u}$ اگر ضرب

$u\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{2}\frac{\partial u^2}{\partial x}$

Y مومنتم: $\rho\left(u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}\right)=\ldots \Leftarrow \times\frac{v}{v}$ اگر ضرب

$= \frac{u}{2}\left(\frac{\partial v^2}{\partial x}\right)$

جمع این دو ← $V^2$ ظاهر می‌شود ⟸ پس از ساده‌سازی طولانی (فرآیند آموزشی که نخواهیم حفظ کنیم)

نتیجه نهایی:

$$\rho c\left(u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}\right)=k\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)+\dot{q}'''_{gen}+\mu\Phi=0$$

- ترم سمت چپ: ظرفیت گرمایی؛ با فرض $c, k, \rho = cte$ ← $e=cT$ ← c باید ثابت باشد
- ترم ترم‌های ... (فرم‌های انرژی ...)
- Conduction
- هر چه که gen دیگر در نظر بگیریم
- $\mu\Phi$: از دیگر جملات که در $\sigma_{xx}$ و $\tau_{yx}$ ظاهر شده اند و به عنوان $\Phi$ هم را جمع کردیم → Viscous dissipation → حرارت ناشی از $\sigma$ و $\tau$

درایت خواص ثابت $k, c, \rho, \ldots$ →

$$\Phi=\left(\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2+2\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2\right]$$

→ اتلاف اند

* اگر $\rho c\left(u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}\right)=0$ باشد ← تبدیل می‌گردد به معادله Conduction

← $\mu\Phi$ هم صفر است زیرا اصطکاک نداریم و هم به دلیل عدم حرکت سیال صفر است

معادلات

$$\begin{cases} * \ \dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial v}{\partial y} = 0 \\ * \ \rho \left( u \dfrac{\partial u}{\partial x} + v \dfrac{\partial u}{\partial y} \right) = -\dfrac{\partial P}{\partial x} + \mu (\nabla^2 u) + X \\ * \ \rho \left( u \dfrac{\partial v}{\partial x} + v \dfrac{\partial v}{\partial y} \right) = -\dfrac{\partial P}{\partial y} + \mu (\nabla^2 v) - \rho g \\ * \ \rho c \left( u \dfrac{\partial T}{\partial x} + v \dfrac{\partial T}{\partial y} \right) = k \nabla^2 T + \dot{q}''_{gen} + \mu \Phi \end{cases}$$

مجهول‌های معادلات ↓ $u, v, P, T$

* معادله مومنتوم و انرژی (معادلات) کوپل هستند که سرعت را از هم قابل حل نیست. در واقع سرعت روی انتقال حرارت تأثیر می‌گذارد. (مثلاً فوت کردن به چیزی داغ تأثیر دارد زیرا سرعت متفاوت می‌شود.)

* سه معادله بالایی سه مجهول u و v و P را دارد.

* اگر خواص ثابت نبود ← سرعت روی دما اثر داشت و دما روی خواص ← همه باید با هم حل می‌شدند

* $\mu\Phi$ در دو صورت قابل توجه و غیرقابل حذف شدن است:
{ سیال با $\mu$ بالا
{ گازهای با سرعت بالا

اگر سرعت کم مثلاً کمتر از ... ← اکثراً از $\mu\Phi$ صرف‌نظر کنیم ($Ma<1$)
در بقیه دیگر قابل حذف نخواهد بود.

* اگر در واقعیت $\mu\Phi$ بالا برود مثلاً آب ... شکستن ناگهانی باید به جوش آید!

* معادلات فوق به دلیل غیرخطی بودن پاسخ تحلیلی وجود ندارد مگر شرط ساده‌سازی ترم‌های غیرخطی ← ترم‌های شتاب (سمت چپ معادلات مومنتوم) حذف شود

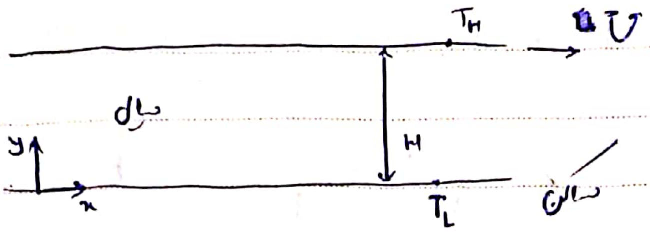
(در مباحث و امتحانات باید ساده‌سازی گفته شود (ترم شتاب را صفر کنیم)

PAPCO

Scanned by CamScanner

Subject:
Date

مثال: (Couette flow)




پروفیل سرعت و دما؟

فرضیات مورد نیاز: 1) $V=0$ ⇐ $\frac{\partial u}{\partial x}=0$ از معادله پیوستگی ⇐ سرعت در راستای $x$ پروفیل ثابت دارد

→ $V=0$, $\frac{\partial u}{\partial x}=0$ ⇐ در معادله مومنتم $X$ ترم شتاب صفر است

* نکته: در مسائل با جریان Fully Developed کلاً ترم شتاب صفر شود.

از طرفی $X=0$ است (نیروی وارد نمی‌گردد)

از طرفی: $\frac{\partial u}{\partial x}=0 \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=0$

⇐ معادله مومنتم $X$: $0=-\frac{\partial P}{\partial x}+\mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$   فرض دوم: $\frac{\partial P}{\partial x}=0$

← حرکت سیال به دلیل فشار نیست (به دلیل تنش برشی است)

→ $\mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0 \Rightarrow u(y)=ay+b$   شرایط مرزی: $\begin{cases} y=0, & u=0 \\ y=H, & u=U \end{cases}$

$\Rightarrow u(y)=\frac{y}{H}\times(U)$

در ترم مومنتم $y$ به دلیل $V=0$، $u$ ⇐ خیلی از ترم‌ها حذف می‌گردد:

$-\frac{\partial P}{\partial y}-\rho g=0$

→ $P=-\rho g y+P_0$ → چون $\frac{\partial P}{\partial x}=0$: در واقع $P=-\rho g y+f(x)$، $f(x)=c$ → $f=const$

← در مومنتم $x$ گفتیم فشار تغییر ناپذیر است یا ...

PAPCO

Scanned by CamScanner

$T = x, y$ , $u = y$

حال معادله دما : $V=0$ , $q'''_{gen}=0$ ، صحیحاً معادله غیرخطی است . اما چون به یک طولانی

صفحات را در هم حرکت دادیم $\Leftarrow$ $\frac{\partial T}{\partial x}=0$ در نظر گرفته می‌شود. (فرض است)

$\downarrow$

$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}=0$

به زبان دیگر چون صفحات بزرگ است و حرارت در یک نقطه جابجا می‌شود و خارج می‌شود.

$T \; T \; \cancel{x}$

فرض می‌کنیم $\frac{\partial T}{\partial x}$ کم → $\rho c \left(u \frac{\partial T}{\partial x}\right) = k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$ ⟵ پس از عمل اثر $\frac{\partial T}{\partial x}$ کوچک است دما با محور

$y=0, T=T_L$ , $\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=0$

$y=H, T=T_H$

$$\Rightarrow T(y) = \frac{y}{H}(T_H - T_L) + T_L$$

گفتیم $\Phi=0$ . در معادله دما اگر حالا $\mu\Phi$ را در نظر بگیریم.

$\mu\Phi + k\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=0$ , $\Phi = \left(\frac{U}{H}\right)^2$ ⟶ توزیع دما چه ؟

اما اگر رسم شود شیب انحنای کمی دارد و دلیل آن کوچک بودن $\mu$ است ($10^{-4}$ و ...)

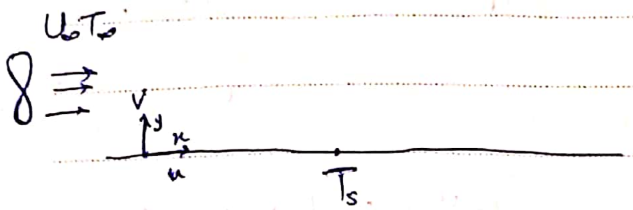
که در سرعت‌های پایین اثری از آن دیده نمی‌شود



Scanned by CamScanner

جلسه ۷ام

## جریان خارجی ( Blasius )




باید معادله دما را جهت محاسبه انتقال حرارت بدانیم.

* در نزدیکی دیواره به دلیل عدم لغزش انتقال حرارت از نوع هدایتی است.

$$q'' = -k\frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=0} = h(T_s - T_\infty) \Rightarrow h = \frac{-k\frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=0}}{T_s - T_\infty}$$

پیوستگی: $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$

x-mom: $\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu\nabla^2 u + X$ → 0 (نیروی در راستای x به شرط گرانشی) Body System

y-mom: $\rho\left(u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y}\right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu\nabla^2 v + Y$ ($-\rho g$)

* به علت کوچک بودن سرعت معادله اول

Energy: $\rho c\left(u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y}\right) = k\nabla^2 T + \mu\Phi + \dot{q}_{gen}$ → 0 (انرژی) ; $\mu\Phi$ → 0 (سرعت پایین)

نمی‌شود دستی حل کرد

لایه مرزی یک فرض کرد: $u \gg v$

v اگر بزرگ باشد نوع جریان لایه مرزی نسبت به x باید جدا از این حالت...

حالا با روش (order of mag) ←

$$\frac{\partial u}{\partial x} = O\left(\frac{U_\infty}{L}\right), \quad \frac{\partial v}{\partial y} = O\left(\frac{v}{\delta}\right) \Rightarrow v \approx O\left(\frac{U_\infty \delta}{L}\right)$$

مخرج‌ها را برابر گرفتیم!

ترم‌های شامل v در راستای y تقریباً صفر اند

ترم‌های حاوی تغییر سرعت در راستای v حذف کردیم.

y-mom: $0 = -\frac{\partial P}{\partial y} - \rho g$

لایه مرزی گفت به دلیل نازک بودن لایه مرزی، تغییر فشار در راستای y درون لایه مرزی و بیرون آن یکسان است.

در بیرون لایه مرزی هم $\frac{\partial P}{\partial x} \approx 0$ به دلیل عدم تغییر فشار، عدم اصطکاک بین لایه‌ها با

$$\frac{P}{\rho} + \frac{u^2}{2} = cte$$ → صفحه بعد

⇒ $\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} = -V_\infty \frac{\partial V_\infty}{\partial x}$ ⇒ $\frac{\partial P}{\partial x}=0$ (فقط در صفحه تخت صادق است، اگر انحنا داشته باشد $\frac{\partial U_\infty}{\partial x}\neq 0$ می‌شود)

* تئوری بلازیوس در اینجا برای صفحه صدق می‌کند.

* اگر L کوچک باشد و اوردر L با δ یکی باشد دیگر این شرایط برقرار نیست!

⇒ $\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0$

& $u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=\nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)$ & $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \gg \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$

$\nu = \frac{\mu}{\rho}$ ← ضریب نفوذ ممنتوم

سرعت در راستای y در δ سریع‌تر از δ به صفر می‌رسد.

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \\ u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \end{cases}$$

* از معادله y-mom هم P(y) ثابت تأکید که در راستای x خود فشار تغییر نمی‌کند.

* در واقع بلازیوس می‌گوید نیازی ندارد که معادله y-mom را جهت یافتن سرعت v حل کرد.

معادله انرژی: $u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\frac{k}{\rho c}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)$

$\alpha$ ← ضریب نفوذ حرارتی

← نشان دهنده انتقال حرارت Cond. در دو راستا! که گفتیم در راستای y بیشتر است و در راستای x قابل صرف‌نظر است.

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \\ u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=\nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \end{cases}$$

در معادلات اول و دوم تنش برشی عمودی صرف‌نظر است!

PAPCO

Scanned by CamScanner

خلاقیت بلازیوس در حل این معادلات پیچیده حساب معادل شمار بود. گفت:

$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}$ , $v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$ ⟶ این تعریف معادله پیوستگی را ارضا می‌کند

(تعریف تابع جریان)

و در x-momentum هم جایگذاری معادله را:

$$\Rightarrow \; x\text{-mom}: \; \frac{\partial \psi}{\partial y}\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial x}\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \nu \frac{\partial^3 \psi}{\partial y^3}$$

بلازیوس یک متغیر جدید تعریف کرد:

$$\eta = \frac{y}{\sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}}} \quad , \quad \psi(x,y) = \sqrt{\nu U_\infty x}\; f(\eta)$$

که تابعی مجهول از $\eta$

$$db: \; u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\partial \psi}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial y} = \sqrt{\nu U_\infty x}\; f'(\eta)\frac{1}{\sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}}} = U_\infty f'(\eta)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial \eta} \times \frac{\partial \eta}{\partial x} = U_\infty f''(\eta) \times \frac{y}{\sqrt{\frac{\nu}{U_\infty}}}\left(-\frac{1}{2}\right)x^{-\frac{3}{2}} \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{U_\infty}{2x}\,\eta\, f''(\eta)$$

که عکسش زیرا اینکه دیگر نمی‌شود در نظر

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial y} = U_\infty \sqrt{\frac{U_\infty}{\nu x}}\; f''(\eta)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial \eta}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right) \times \frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{U_\infty^2}{\nu x} f'''(\eta)$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\sqrt{\nu U_\infty x}\; f(\eta)\right)$$

$$v = -\left[\frac{\partial \sqrt{\nu U_\infty x}}{\partial x} f(\eta) + \sqrt{\nu U_\infty x}\; \frac{\partial f(\eta)}{\partial x}\right]$$

$$\frac{\partial f}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial x}$$

$$f'(\eta)$$

PAPCO

Scanned by CamScanner

$\Rightarrow v = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\nu U_\infty}{x}}\left(\eta f'(\eta) - f(\eta)\right)$

← هم چنین بر حسب f بدست آمده ← جایگذاری در x-mom :

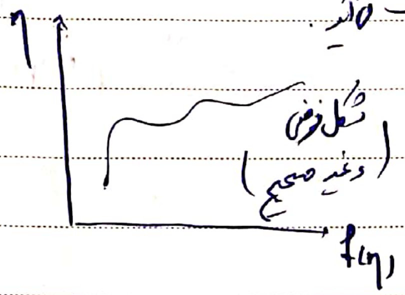
$f'''(\eta) + \frac{1}{2} f(\eta) f''(\eta) = 0$ → معادله‌ی وابسته به چه متغیری؟ به η وابسته است.

اما هنوز غیر خطی است! اما چون نداریم mode غیر خطی در درسمان، برای حل معادله عددی به کار می‌آید:

شرایط مرزی:

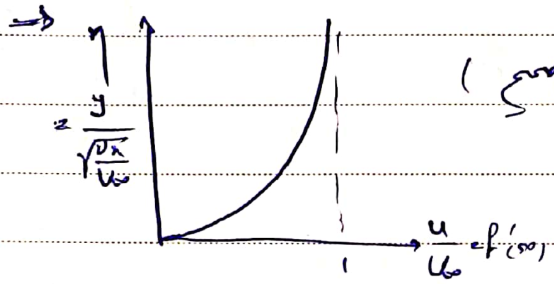
- $u(x,0) = 0 \rightarrow y=0 \Rightarrow \eta = 0 \Rightarrow$ if $\eta = 0 \Rightarrow u = 0$ → $f'(\eta) = 0$
- $v(x,0) = 0 \rightarrow \eta = 0 \Rightarrow f(0) = 0$
- $u(x,\infty) = U_\infty \rightarrow \eta = \infty \Rightarrow f'(\infty) = 1$
- $v(x,\infty) = 0$

پس از حل معادله فوق (در این جا) شکل $\eta - f(\eta)$ بدست می‌آید.




سپس با بدست آوردن نسبت‌های سرعت $\eta - \frac{u}{U_\infty}$ را رسم کرد.

* نکته: این شکل پروفیل سرعت لایه مرزی است (شکل صحیح)




حال که سرعت را داریم تنش را می‌توان بدست آورد.

$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=0} = \mu \frac{\partial u}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial y}\Big|_{\eta=0}$

$= \mu \frac{1}{\sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}}} \times (\eta=0$ شیب $) \times U_\infty \Rightarrow \boxed{\tau = \mu \frac{1}{\sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}}} U_\infty \times 0.332}$

0.332 ← شیب نمودار

$$C_f = \frac{\tau}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2} = \frac{0.332 \times U_\infty \mu \frac{1}{\sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}}}}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2} \Rightarrow C_{f(x)} = \frac{0.664}{\sqrt{Re_x}}$$

* نحوه ی رسیدن به تغییر متغیر $\eta$، نحوه بیان $\psi$ برحسب $\eta$ جلسه آینده

---

## جلسه ۸ ام

جلسه قبل به شکل بلازیوس و چگونگی ساده سازی معادلات پرداخته شد.

در نهایت رسیدیم: $f''' + \frac{1}{2} f f'' = 0 \quad , f'(\eta=0) = f(0) = 0 \quad , f'(\infty) = 1$

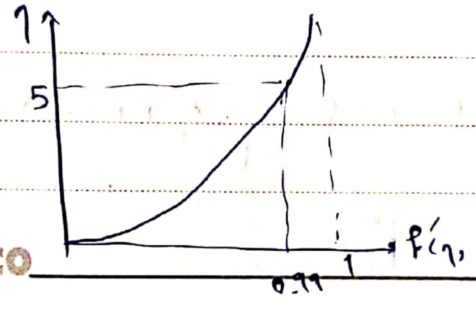
از partial differential equation به ordinary differential equation تبدیل شد

$$\Rightarrow u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = U_\infty f'(\eta) \Rightarrow u = U_\infty f'(\eta)$$

پس از حل عددی گفتیم که نمودار $\eta - f'(\eta)$ بدست آمد. گفتیم برای یافتن $\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{y=0}$ نیاز به شیب $f'$ مرتبط با $\frac{\partial u}{\partial y}$ نیاز است، اما گفتیم بین لایه مرزی کجاست. گفتیم لایه مرزی جایی است

که $\frac{u}{U_\infty} = 0.99 \Leftarrow$ باید ببینیم کجا $f'(\eta) = 0.99$

$$\frac{u}{U_\infty} = 0.99 \Rightarrow 0.99 = f'(\eta) \Rightarrow \eta = ? \Rightarrow f'(\eta) = 0.99 \Rightarrow \eta \approx 5$$




$$\Rightarrow 5 = \frac{y_\delta}{\sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}}} \Rightarrow y_\delta = ?$$



Scanned by CamScanner

* در x های نزدیک به لبه، لایه مرزی خطا دارد. $\frac{\delta}{x} = \frac{5}{\sqrt{Re_x}}$ ⇐ $\boxed{\delta \propto \sqrt{x}}$

زیرا فرض کردیم که ابتدای صفحه سرعت ثابتی دارد ولی ندارد. ... که هر چه به جلوتر می‌رویم صحیح می‌شود.

* با این روش می‌توانیم جواب‌های مشابه. زیرا اگر لایه مرزی را رسم کنیم ملاحظه کنیم اندازه سرعت‌ها ثابت است.

و پروفیل سرعت در ارتفاع تغییر می‌کند ولی در هر x ای یکسان است. scaling را انجام دهیم

و با y بعد بدهیم (تقسیم بر ارتفاع لایه مرزی) $\frac{u}{U_\infty}$ را بر حسب $\left(\frac{y}{\delta}\right)$ بدست آوردیم

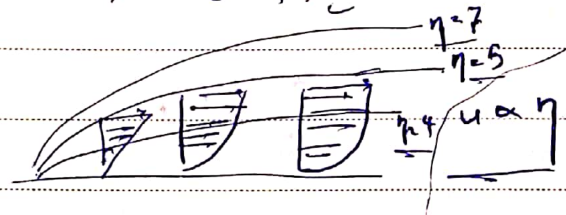
$\eta = \frac{y}{\delta}$

حال یک جواب برای $\frac{u}{U_\infty}$ بر حسب $\frac{y}{\delta}$ در کل داریم.

و جواب مشابه را داریم و می‌توانیم تنها با بدست آوردن δ هر سرعتی را یافت.

چون تابع سرعت‌ها یکسان است (در هر مقطع ... است) پس آن جواب‌ها مشابه هستند

اگر مثلاً اول خط ... دیگر جواب‌ها مشابه نبود




آنگاه ψ را طوری تعریف کرده که شود (مثلاً) این جواب‌ها مشابه را بوجود آورد

$\psi = \frac{?}{?} f(\eta)$

این را تعریف کرد.

⟵ اگر این جواب‌ها مشابه فرض نباشد

معادلات به شکل مثلاً می‌شد.

$f''' + (n - \frac{1}{2}) x + \frac{1}{2} f f'' = 0$

* هر مسئله‌ای را هم نمی‌توان اینگونه با مشابه برخورد کرد

زیرا اگر در واقعیت این شرایط برقرار باشد نمی‌توان η را در معادله طوری ... کرد که ضریب x صفر شود مثلاً:

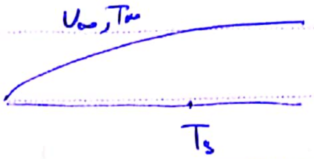
$$f''' + (n - \frac{1}{2}) x + y\left(n - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{2} f f'' = 0$$

PAPCO

Scanned by CamScanner

حال معادله حرارت :

$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$




$T(x,0)=T_s$

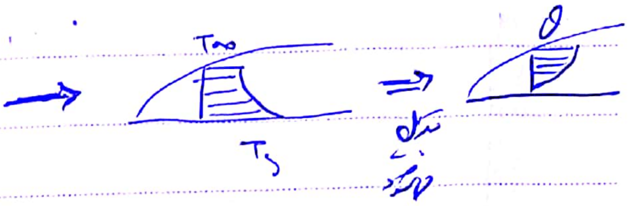
$T(x,\infty)=T_\infty$

این معادله را خود بلازیوس حل نکرد. بعدی‌ها به طریق مشابه حل کردند

یعنی T را مثل سرعت u بی‌بعد کردند:

$$\theta=\frac{T-T_s}{T_\infty-T_s}$$

$$\Rightarrow\quad u\frac{\partial \theta}{\partial x}+v\frac{\partial \theta}{\partial y}=\alpha\frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}$$




$\theta(x,0)=0$

$\theta(x,\infty)=1$

* حال اگر برای $\theta$ هم حرف تشابه وجود داشته باشد (فرض می‌کنیم) ← (I) $\theta=\theta(\eta)$ برقرار است.

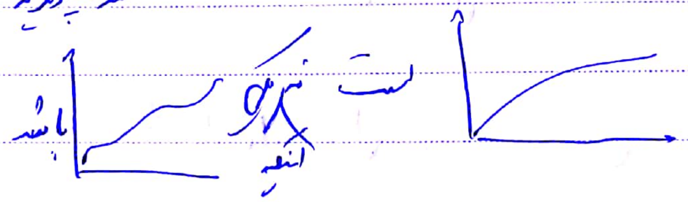
اگر فرض درست باشد

$$\frac{\partial \theta}{\partial x}=\frac{\partial \theta}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial x}=\frac{-y}{2\sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}}\,x}\theta'(\eta) \quad \& \quad \eta=\frac{y}{\sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}}}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial y}=\frac{\partial \theta}{\partial \eta}\frac{\partial \eta}{\partial y}=\frac{1}{\sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}}}\theta'(\eta)$$

* در (I) یعنی فرض کردیم تابعی که T با آن تغییر می‌کند با سرعت یکسان است (آن $\frac{y}{\sqrt{x}}$ مهم است) فرایند تکراری

یعنی شکل نحوه رشد هر دو



$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}=\frac{1}{\frac{\nu x}{U_\infty}}\theta''(\eta)$$



Scanned by CamScanner

* f جای u , v حضور دارد — با ساده‌سازی ⇒ $\theta'' + \frac{\nu}{2\alpha} f \theta' = 0$

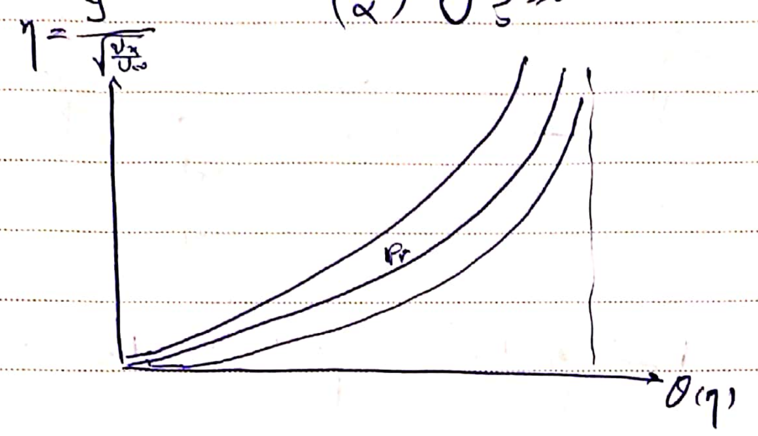
$\theta(0) = 0$

$\theta(\infty) = 1$

* حل این معادله دقیقاً مثل بلازیوس است

← حل عددی : $\frac{\theta_{i+1} - \theta_i}{\Delta} + \frac{\nu}{2\alpha} f_i \times \dots$

عدد پرانتل $\left(\frac{\nu}{\alpha}\right)$




در نهایت :

این جا به ازای پرانتل‌های مختلف جواب‌های مختلف حاصل می‌شود

$q'' = -k \frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=0} = h(T_s - T_\infty)$

در اینجا ما می‌خواهیم انتقال حرارت را محاسبه کنیم

$\Rightarrow h = k \frac{\partial \frac{T}{T_\infty - T_s}}{\partial y}\Big|_{y=0} = k \frac{\partial \theta}{\partial y}\Big|_{y=0} = k \frac{\partial \theta}{\partial \eta}\Big|_{\eta=0} \frac{\partial \eta}{\partial y}$

$\Rightarrow h = k\theta'(0) \frac{1}{\sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}}} \Rightarrow h = k\theta'(0) \frac{\sqrt{Re_x}}{x} \Rightarrow \frac{hx}{k} = \theta'(0)\sqrt{Re_x}$

عدد ناسلت ←

$Nu_x = \theta'(0)\, Re_x^{\frac{1}{2}}$

* $\theta'(0)$ تابعی از پرانتل است (اثبات شده در جدول)

مثلاً :

| Pr | 0.1 | 1 | 2 | — |
|---|---|---|---|---|
| $\theta'(0)$ | 0.0x | 0.1 | 0.2 | — |

در تابع نیست اینجا ← منفی بود



Scanned by CamScanner

$$\begin{cases} Pr > 0.6 \Rightarrow \theta'(0) = 0.332\, Pr^{\frac{1}{3}} \\ Pr < 0.6 \Rightarrow \theta'(0) = 0.564\, Pr^{\frac{1}{2}} \end{cases}$$

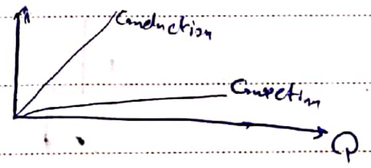
$$\Rightarrow \begin{cases} Nu_x = 0.332\, Re_x^{\frac{1}{2}}\, Pr^{\frac{1}{3}} & Pr > 0.6 \\ Nu_x = 0.564\, Re_x^{\frac{1}{2}}\, Pr^{\frac{1}{2}} & Pr \ll 0.6 \end{cases}$$

* در کانداکشن $Bi = \frac{hr}{k}$ داشتیم، در اینجا $Nu = \frac{hx}{k}$ داریم

در کانداکشن $Bi = \frac{\text{Convection سیال}}{\text{Conduction جامد}}$ در اینجا $Nu = \frac{\text{Convection سیال}}{\text{Conduction سیال}}$ است، یعنی [illegible] است لزوماً بهبود [illegible] با استفاده از convection

← سنجش استفاده از ضریب

مثلاً دارم شیب‌ها را در حالت convection با conduction مقایسه کنم




هرچه $Nu \uparrow \Leftarrow$ Convection $\uparrow$



Scanned by CamScanner

جلسه ۱۹ام

$$\begin{cases} \dfrac{h_x}{k} = Nu_x = 0.332\, Re_x^{\frac{1}{2}}\, Pr^{\frac{1}{3}} & ; Pr > 0.6 \\ \dfrac{h_x}{k} = Nu_x = 0.564\, Re_x^{\frac{1}{2}}\, Pr^{\frac{1}{2}} & ; Pr \ll 0.6 \end{cases}$$

مثلاً 0.05

* عدد کلی :

$$P_e = Re \cdot Pr$$

→ Peclet

* عدد ناسلت ← معیاری از بزرگی نسبی کانوکشن به کانداکشن در خود سیال

$$\frac{h_x}{k}$$ (سیال ← $h_x$ ، سیال ← $k$)

مومنتوم با چه سرعتی به داخل سیال نفوذ می‌کند

* عدد پرانتل :

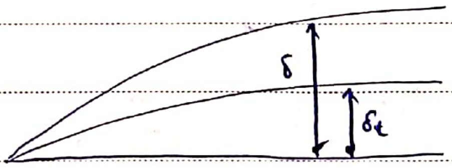
$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad \frac{(m^2/s)}{(m^2/s)} \qquad \& \qquad Pr = \frac{\nu}{\alpha} \simeq \frac{\delta}{\delta_t}$$

$\delta$ → لایه مرزی سرعت

$\delta_t$ → لایه مرزی دمایی

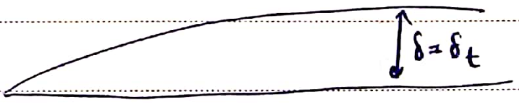
تعریف ما برای $\alpha$
جسم با چه سرعتی درون جسم نفوذ می‌کند

if $Pr > 1$ :



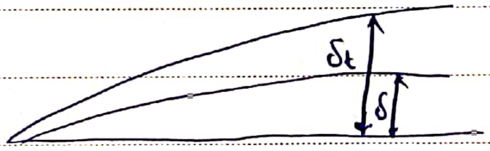

← مایعات مثل آب و الکل و روغن و ...

if $Pr = 1$ :




← معمولاً گازها ← 0.6 – 0.9

if $Pr < 1$ :




← معمولاً فلزات مایع مثل جیوه و سرب

تغییرات سرعت ناشی از درجه حرارت
سریع‌تر از دما نفوذ کرده است.

PAPCO

Scanned by CamScanner

کمتر از 0.1 مثلاً 0.05 , 0.01

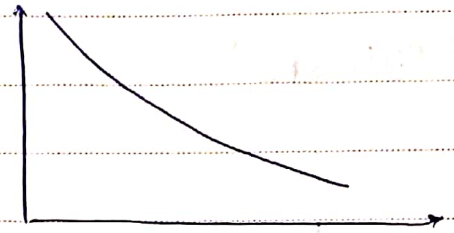
if $P_r \ll 1$

می‌توان فرض کرد در لایه مرزی دما سرعت ثابت است.

$$\underset{U_\infty}{u}\frac{\partial T}{\partial x} + \underset{0}{v}\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

$$* \quad P_r = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\frac{\mu}{\rho}}{\frac{k}{\rho c}} = \frac{\mu c}{k}$$

$$* \quad h_{(x)} \propto \frac{1}{\sqrt{x}}$$



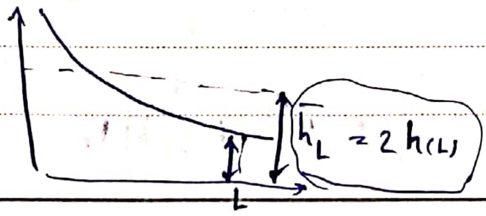
فقط معادلات laminar را حل کردیم. دقت کنید که در حل معادله تفاوت‌ها کمی (اختلاف دارد)

اما h با x برای ما آنقدر مهم نیست. بلکه متوسطش برای ما مهم است

$$\bar{h} = \frac{1}{L}\int_0^L h_{(x)}\,dx = \frac{1}{L}\, 0.332\, k\, P_r^{\frac{1}{3}} \sqrt{\frac{U_\infty}{\nu}} \int_0^L x^{-\frac{1}{2}}\,dx = (\;)\times\left[2x^{\frac{1}{2}}\right]_0^L$$

$$= (\;)\times 2L^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\bar{h}L}{k} = \overline{Nu}_L = 0.664\, P_r^{\frac{1}{3}}\, Re_L^{\frac{1}{2}} \quad , P_r > 0.6$$



برای زیرل پایین :

$$\overline{Nu}_L = 1.128\, Re_L^{\frac{1}{2}}\, Pr^{\frac{1}{2}} \quad , \quad Pr \ll 0.6$$

* این روابط ما در حالت لایه‌ای برای شرایط مرزی $T_s = cte$ حل شده است ، $Re_x < 5\times10^5$

laminar

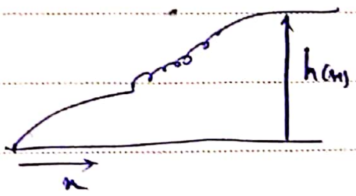
حال بررسی جریان توربولانت :

از روابط تجربی →

$$Nu_x = 0.0296\, Re_x^{\frac{4}{5}}\, Pr^{\frac{1}{3}} \quad ; \quad Pr > 0.6$$

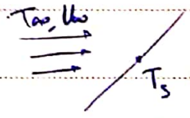
$$C_{f_x} = 0.0592 \times Re_x^{-\frac{1}{5}}$$ → در اینجا به جای $-\frac{1}{2}$ ...

از ابتدای صفحه است




حال برای h متوسط :

$$\bar{h} = \frac{1}{L}\int_0^L h(x)\,dx = \frac{1}{L}\left[\int_0^{x_{cr}} \frac{0.332\times k}{x} Pr^{\frac{1}{3}} \sqrt{\frac{U_\infty}{\nu}}\, x^{\frac{1}{2}}\, dx + \int_{x_{cr}}^{L} \frac{0.0296\, k}{x} Pr^{\frac{1}{3}} \left(\frac{U_\infty}{\nu}\right)^{\frac{4}{5}} x^{\frac{4}{5}}\, dx\right]$$




* تست‌هایی که مسائل دیگر روابط دیگری برای Pr ... وجود دارد مثلاً

$$\Rightarrow \overline{Nu}_L = \left[0.664\, Re_{x_{cr}}^{\frac{1}{2}} + 0.037\left(Re_L^{\frac{4}{5}} - Re_{x_{cr}}^{\frac{4}{5}}\right)\right] Pr^{\frac{1}{3}} \quad ; \quad Pr > 0.6$$

PAPCO
Scanned by CamScanner

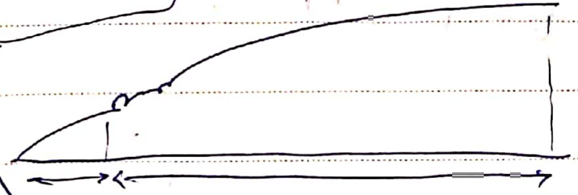
$Re_{cr} = 5\times10^5$ → (جابجایی) $\overline{Nu}_L = (0.037\, Re_L^{\frac{4}{5}} - 871)\, Pr^{\frac{1}{3}}$ ; $Pr > 0.6$

* فرض کنید همه جریان از لبه شروع در ابتدای صفحه آشفته شود. $( Re^1 \leftarrow Re^{\frac{4}{5}} )$

→ $\overline{Nu}_L = (0.037\, Re_L - 871)\, Pr^{\frac{1}{3}}$

$5\times10^5$

$\overline{Nu}_L = 0.037\, Re_L^{\frac{4}{5}}\, Pr^{\frac{1}{3}}$ ← اگر $Re_L \geq 10^7$ باشد ۸۷۱ در برابر آن ناچیز است (از $10^7$ به بالا)



چون قسمت توربولانت خیلی بزرگتر از لامینار است در شکل، کمتر اثرش دیده می‌شود

ضریب اصطکاک از لحاظ توربولانت هم جواب می‌دهد

$$\overline{C}_{f_L} = \frac{0.074}{Re_L^{\frac{1}{5}}} - \frac{1742}{Re_L}$$

* بیشتر کاربرد در سیالات با $Pr<0.6$ در فلزات. و البته این روابط با تبدیل اولیه با انتگرال‌گیری ساده به دست آورد.

اگر صفحه طولانی باشد →

$$\overline{C}_{f_L} = 0.074\, Re^{-\frac{1}{5}}$$

$$\overline{Nu}_L = 0.037\, Re_L^{\frac{4}{5}}\, Pr^{\frac{1}{3}}$$

; $Pr > 0.6$

در خود جمع لمینار برای کل: $\bar{C}_f = \frac{1}{L}\int_0^L C_f\,dx$

$$\bar{C}_{f_L} = \frac{\bar{\tau}}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2} = \frac{\frac{1}{L}\int_0^L \tau_x\,dx}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2} = \frac{1}{L}\int_0^L \frac{0.664}{\sqrt{\frac{U_\infty}{\nu}}\,x^{\frac{1}{2}}}\,dx = \frac{1}{L}\frac{0.664}{\sqrt{\frac{U_\infty}{\nu}}}\left[2x^{\frac{1}{2}}\right]_0^L$$

$$= \frac{1}{L}\frac{0.664}{\sqrt{\frac{U_\infty}{\nu}}}\,2L^{\frac{1}{2}} = 1.328\,Re_L^{-\frac{1}{2}}$$

ضریب $\bar{C}_f$ هم ۲ برابر $C_f$ در آن نقطه انتهایی شد.

← توان $Re$ $\left(\frac{1}{2}\right)$ ثابت این ترتیب می‌ماند.

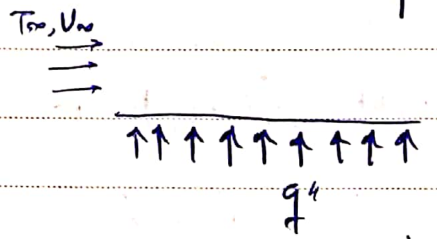
---

جلسه ۱۵ ام

* برای شرط مرزی دما ثابت هم صحبت کردیم. اما خواص را بر اساس چه دمایی از جدول بخوانیم؟

$$T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2}$$ (film Temp)

حال می‌رویم سراغ شار ثابت: (در این مسائل دمای سطح برای ما مهم است)




لازم: $\frac{q''}{h} = T_s - T_\infty$

در ابتدای صفحه $h \to \infty$ → $\frac{q''}{h} = 0$ → در ابتدای صفحه $T_s = T_\infty$

در طول از صفحه $\uparrow \delta_t$ → مقاومت حرارتی $\uparrow$ → $h \downarrow$ ⟸ اختلاف $T_s$ و $T_\infty$ بیشتر

بنابراین در این مسائل نقطه آخر صفحه برای ما مهم است.



Scanned by CamScanner

Subject:
Date

For laminar: $Nu_x = 0.453\, Re_x^{\frac{1}{2}}\, Pr^{\frac{1}{3}}$ ; $Pr > 0.6$

(برای حالت $Pr < 0.6$ کاربرد کم است و نمی‌نویسیم)

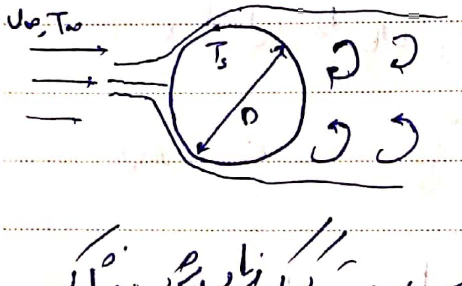
For Turbulent: $Nu_x = 0.0308\, Re_x^{\frac{4}{5}}\, Pr^{\frac{1}{3}}$ ; $Pr > 0.6$

بنابراین در سطح داریم: $T_s(x) = T_\infty + \dfrac{q''}{h(x)}$

باید $h(x)$ را پیدا کنیم و در رابطه $T_s(x)$ بگذاریم و دما را بدست آوریم.

* در شار ثابت چون دما $T_s$ را نداریم نمی‌توان به راحتی از $T_f$ استفاده کرد. بنابراین ابتدا یک ترتیب برای $T_s$ فرض کنیم و بعد خواص و بعد $h$ و در نهایت $T_s$. اما کلاً حداکثر ۲ بار تکرار است زیرا در جدول تغییر زیادی نمی‌کند.

* برای شکل‌های دیگر و شرایط مرزی‌های دیگر باید حل انجام شود و جواب‌های دیگر بدست آید.



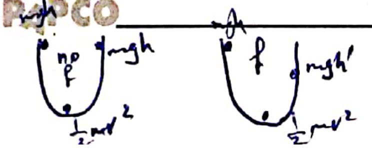

جریان روی استوانه

اول باید بدانیم چه بلایی سر سرعت می‌آید.

در ابتدا سرعت صفر و P بیشینه است و وقتی به انحنا می‌رسیم سرعت کم‌کم زیاد می‌شود و فشار کم.

وقتی به نقطه جدایش رسیدیم می‌خواهد سیال از فشار کم به زیاد برود که نمی‌شود چون انرژی جنبشی‌اش به دلیل اصطکاک کم شده. به همین دلیل سرعت نمی‌توانند؛ فشار متقابل می‌شود و جدایش رخ می‌دهد. شکل گردابه زیر

PAPCO

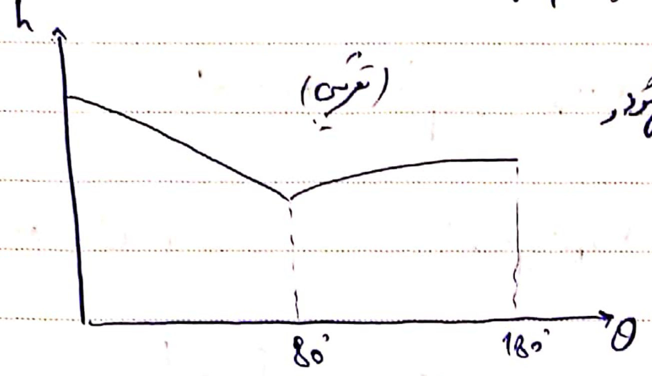


* برای حالت لمینار زاویه جدایش 80° است

حال بحث دما را انجام دهیم. رسم h-θ: در نقطه برخورد به دلیل نقطه سکون ضخامت لایه مرزی صفر داریم

در نتیجه همین h برابر ∞ است. حالا هر چه می‌رویم به دلیل افزایش ضخامت لایه مرزی h کم می‌شود. سرعت

افزایش پیدا کرده در این ناحیه h را افزایش می‌دهد اما چون خود سیال گرم می‌شود نمی‌تواند.



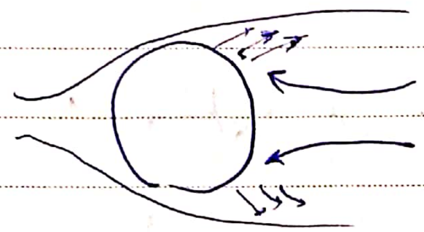

در نقطه‌های جلوتر پروفیل سرعت هم دچار تغییر می‌شود

در نهایت می‌شود و بازگشت

سیال رخ می‌دهد. پس از جدایش

افت شار داریم. همچنین به دلیل جدایش و تبادل جرم، یک جریان از خارج می‌آید تا جای جدایش را

پر کند. پس از تشکیل ورتکس و جدایش کمی شیب h داریم



اما بعدش دوباره نزولی می‌شود. این‌ها درباره laminar

بود که یعنی تا قبل از جدایش اتفاق توربولانسی نشد. یعنی:

| | |
|---|---|
| $Re_D < 2\times10^5$ | لامینار |
| $Re_D > 2\times10^5$ | توربولانت |

حال اگر توربولانت باشد چه؟ گفتیم داریم روی سطح. اما

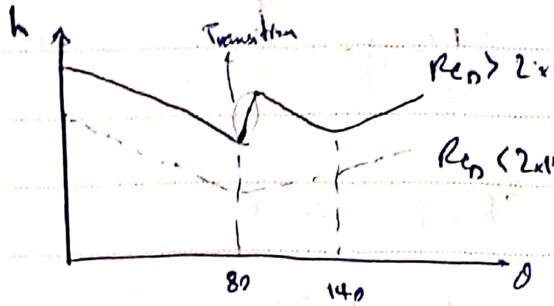
اگر توربولانت باشد، به دلیل پخش مومنتوم بیشتر، سرعت به این راحتی برنمی‌گردد و دیرتر جدایش داریم

روی خود استوانه، در 80° یا 90° توربولانت می‌شود، یعنی h بالا می‌رود و در نهایت در 140°

جدایش و افزایش h داریم.

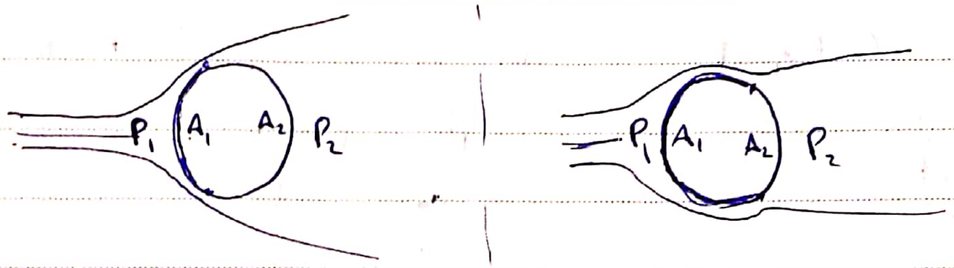


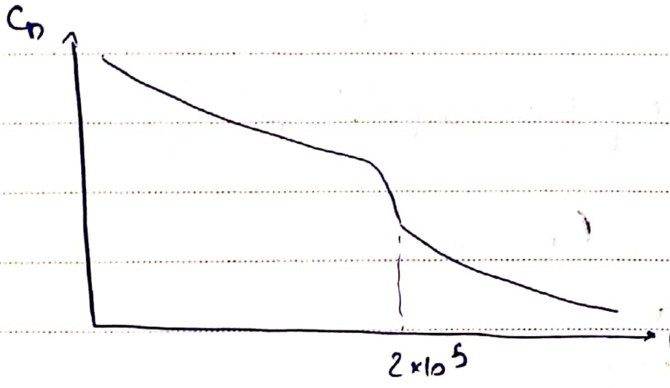
Scanned by CamScanner




پس از توربولانت شدن h به دلیل کمی هم‌خوردگی لایه‌ای زیاد h بیشتر می‌شود. پس از جدایش h هم کم می‌شود.

حال نیروی درگ چطور؟ $C_D = C_f + C_p$ (اصطکاکی، فشاری). به دلیل عدم توانایی سیال در تبدیل سرعت به فشار در پشت کره، به دلیل جدایش نیروی درگ بالا می‌رود، فشار در سمت پشت کاهش می‌یابد. اما در رژیم لمینار و توربولانت چی؟




بنابراین:

* کاهش $C_D$ به معنی کاهش نیرو نیست! بلکه ضرب در $\frac{1}{2}\rho V^2$

* به دلیل شکل $C_D$ توپ گلف را زبر می‌سازند تا در ناحیه Re توپ گلف توربولانت شود و $C_D$ کم می‌شود.

* این کاهش $C_D$ به دلیل مخرج کسر یعنی $\frac{1}{2}\rho V_\infty^2$ است که $V_\infty^2$ زیاد می‌شود.



Scanned by CamScanner

درنهایت :

$$\overline{Nu}_D = 0.3 + \frac{0.62\, Re_D^{\frac{1}{2}}\, Pr^{\frac{1}{3}}}{\left[1 + \left(\frac{0.4}{Pr}\right)^{\frac{2}{3}}\right]^{\frac{1}{4}}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282000}\right)^{\frac{5}{8}}\right]^{\frac{4}{5}}$$

Churchill & Bernstein

برای $Re_D \cdot Pr > 0.2$ صدق می‌کند. به دلیل رشد سریع ارتفاع پوشش هم $Re_D$ و

آن 0.3 برای موقعی است که فقط Cond. باشد یعنی Re خیلی کم مثلاً 0.2 و 2

$$\overline{Nu}_D = C\, Re_D^{m}\, Pr^{\frac{1}{3}}$$

where C & m change from the table below

Hilpert

| $Re_D$ | C | m |
|---|---|---|
| 40... | | |

جدول هیلپرت برای شکل‌های دیگر در رینولدزهای دیگر تعمیم داده است.

$$\overline{Nu}_D = C\, Re_D^{m}\, Pr^{\frac{1}{3}}$$

| | $Re_D$ | C | m |
|---|---|---|---|
| ⇉ ◇ | | | |
| □ | | | |
| ⬠ | | | |
| ▯ | | | |

سانتیمتر تا یک از جوابها داخل است



Scanned by CamScanner

Subject:
Date

جلسه 11 و 12 تعطیل

جلسه 13 ام

برگردیم به مسئله بلازیوس

معادلات مرزی :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad \begin{cases} u(x,0)=0 \\ u(x,\infty)=U_\infty \end{cases}$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad \begin{cases} T(x,0)=T_s \\ T(x,\infty)=T_\infty \end{cases}$$

شرایط مرزی ←

حال بی بعدسازی کنیم .

← شرایطی که هر پارامتر را بی بعد کنیم .

بی بعدسازی

$$v^* = \frac{v}{U_\infty},\quad u^* = \frac{u}{U_\infty},\quad x^* = \frac{x}{L},\quad y^* = \frac{y}{L},\quad \theta^* = \frac{T-T_s}{T_\infty - T_s}$$

پیوستگی : $\frac{U_\infty}{L}\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{U_\infty}{L}\frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \Rightarrow \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0$ معادلات بازنویسی شده :

x-mom: $\frac{U_\infty^2}{L} u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{U_\infty^2}{L} v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \nu \frac{U_\infty}{L^2}\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}}$

$$\Rightarrow u^*\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^*\frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \frac{\nu}{U_\infty L}\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}}$$

$$\frac{\nu}{U_\infty L} \rightarrow \frac{1}{Re_L}$$

Energy:

$$\frac{U_\infty}{L}(T_\infty - T_s)u^*\frac{\partial \theta^*}{\partial x^*} + \frac{U_\infty}{L}(T_\infty - T_s)v^*\frac{\partial \theta^*}{\partial y^*} = \alpha \frac{(T_\infty - T_s)}{L^2}\frac{\partial^2 \theta^*}{\partial y^{*2}}$$

$$\Rightarrow u^*\frac{\partial \theta^*}{\partial x^*} + v^*\frac{\partial \theta^*}{\partial y^*} = \frac{\alpha}{U_\infty L}\frac{\partial^2 \theta^*}{\partial y^{*2}}$$

$$\frac{\alpha}{U_\infty L} \rightarrow \frac{1}{Re_L Pr_L}$$

PAPCO

Scanned by CamScanner

معادلات بی‌بعد شده:

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*}+\frac{\partial v^*}{\partial y^*}=0$$

$$u^*\frac{\partial u^*}{\partial x^*}+v^*\frac{\partial u^*}{\partial y^*}=\frac{1}{Re_L}\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \qquad \begin{cases} u^*(x^*,0)=0 \\ u^*(x^*,\infty)=1 \end{cases}$$

$$u^*\frac{\partial \theta^*}{\partial x^*}+v^*\frac{\partial \theta^*}{\partial y^*}=\frac{1}{Re_L Pr}\frac{\partial^2 \theta^*}{\partial y^{*2}} \qquad \begin{cases} \theta^*(x^*,0)=0 \\ \theta^*(x^*,\infty)=1 \end{cases}$$

معمولاً طوری بی‌بعد می‌کنیم که به ما کمک کند. یعنی مثلاً شرایط مرزی را تبدیل به عدد کند. (تا شرایط مرزی تغییر نشود)

نتایج معادلات: 1) اگر $Pr=1$ باشد حل در معادله انرژی و سرعت یکسان می‌شود. یعنی لایه مرزی سرعت و دما یکی هم می‌باشند.

$$\text{if } Pr=1 \Rightarrow u^*(x^*,y^*)=\theta^*(x^*,y^*)$$

2) حاصل معادلات بی‌بعد، سرعت وابسته به $Re_L$، $x^*$ و $y^*$ می‌شود. $u^*=f(x^*,y^*,Re_L)$

حال:

$$C_f=\frac{\tau_s}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2}=\frac{\mu\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=0}}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2}=\frac{\mu\frac{V_\infty}{L}\left.\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0}}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2}$$

$$\Rightarrow C_f=\frac{2}{Re_L}\left.\frac{\partial u^*}{\partial y^*}\right|_{y^*=0} \Rightarrow \boxed{C_f=\frac{2}{Re_L}\,g(x^*,Re_L)}$$

خود $u^*$ تابعی از ... بود که در ادامه $y^*$ را صفر گذاشتیم

$$\xrightarrow{\int_0^1 dx^*} \boxed{\bar{C}_f=k(Re_L)}$$

پیش‌بینی کردیم که $\bar{C}_f$ تنها به $Re_L$ وابسته است



Scanned by CamScanner

13) پس از حل معادلات:

$\theta^* = g(x^*, y^*, Re_L, Pr)$

حال:

$$h = \frac{-k \frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=0}}{T_s - T_\infty} = k \frac{\partial \theta^*}{\partial y}\Big|_{y=0} = \frac{k}{L} \frac{\partial \theta^*}{\partial y^*}\Big|_{y^*=0}$$

تعریف از آنجایی که تنش را داریم
دیوار از انتقال cond. داریم

$q'' = -k \frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{y=0} = h(T_s - T_\infty)$

$$\rightarrow \frac{hL}{k} = \frac{\partial \theta^*}{\partial y^*}\Big|_{y^*=0} \Rightarrow Nu_L = \frac{\partial \theta^*}{\partial y^*}\Big|_{y^*=0} = Z(x^*, Re_L, Pr)$$

$$\xrightarrow{\int} \overline{Nu}_L = Y(Re_L, Pr)$$

$\rightarrow$ $\bar{h}$ تابعی از $Re_L$ و $Pr$ است

14) حال اگر $Pr = 1 \Leftarrow$

$$\text{if: } Pr = 1 \Rightarrow \quad C_f = \frac{2}{Re_L} \frac{\partial u^*}{\partial y^*}\Big|_{y^*=0}, \quad Nu_L = \frac{\partial \theta^*}{\partial y^*}\Big|_{y^*=0} \quad \Bigg\} \quad C_f = \frac{2}{Re_L} Nu_L$$

برابرند

$$\Rightarrow \text{if } Pr = 1 \Rightarrow Nu_L = \frac{C_f \, Re_L}{2}$$

$\Rightarrow$ اگر $Nu_L$ یا $C_f$ را داشته باشیم آن یکی بدست می‌آید.

* نکته: در حالت کلی تر:

$$\frac{C_f}{2} = \left(\frac{Nu}{Re\,Pr}\right) Pr^{\frac{2}{3}}$$

$, Pr > 0.6$

عدد stanton ← $\frac{Nu}{Re\,Pr}$

← حالم شد: اگر جواب را داشته باشیم (h) می‌توان جواب بعدی (Cf) را بدست آورد.

* به این ارتباط بین $C_f$ و عدد $Re$ را Reynolds Analogy می‌نامیم. (مرحوم الان نیست.)

حال داشتیم که:

$$Nu = 0.332\, Re_x^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{3}} \quad , \quad C_f = \frac{0.664}{\sqrt{Re_x}}$$

که در این رابطه $Pr$ بعد مستقل می‌کند.

* مشکل این مسئله این است که محدود به صفحه تخت است. اگر نوع صفحه عوض شود، باید به معادله y-mom اضافه می‌شود. همچنین:

$$\text{x-mom:} \quad u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + \nu \nabla^2 u$$

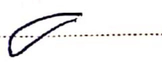
← در صفحه غیر تخت این می‌ماند

* جالب این است که حتی اگر صفحه تخت نباشد و جریان توربولانت باشد اثر فشار از بین می‌رود.

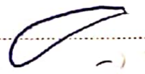
* بنابراین روابط صفحه تخت برای حالت توربولانت صفحات غیر تخت هم جواب می‌دهد.

* رینولدز آنالوژی حتماً در امتحان می‌آید (یکی از $Nu$ می‌دهیم و آن یکی را می‌خواهیم)

مثلاً:



مدل در آزمایشگاه



واقعی

← مدل را می‌سازیم در آزمایشگاه $C_f = 0.02$ از آزمایشگاه به دست آمد. حالا اگر دمای سطح واقعی $100°$ باشد و ...

← اول چک کند که جریان توربولانت است یا نه ← اگر نباشد جواب حاصل نمی‌شود

← در روش توربولانت بودن، از آنالوژی رینولدز می‌دانیم که $C_f$ در صورتی که $Re$ برابر باشد در مدل و واقعیت برابر است. بنابراین رابطه $C_f$ به ما را داریم جواب به دست می‌آید

← چک کند که $Re$ هم برابر باشد

← اگر نه، به ازای اسم فعل کنیم. باید $Pr$ هم برابر باشد

* $C_f = k(Re_L)$ در حالتی که توربولانت نباشد هم برقرار است. در این حالت $P$ هم جزئی وابسته به $Re, y, n^+$

PAPCO

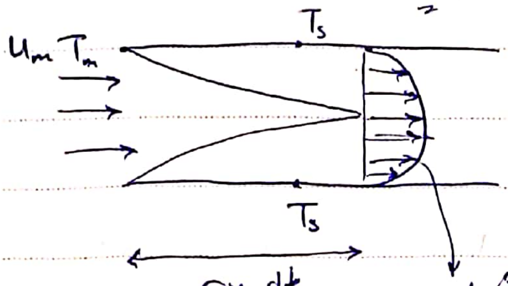
Scanned by CamScanner

نتیجه: اگر صفحه تخت بود و شیب (گرادیان) فشار نبود → جریان توربولانت باشد + Re و Pr در Q باشد در هر صورت

جلسه ۱۴ ام

* جریان خارجی تمام شد (داشتیم)

جریان داخلی: درون دو صفحه یا دیواره بسته است (از بالا و پایین)




کانال زیر یا جریان به صفحه را در نظر بگیرید.

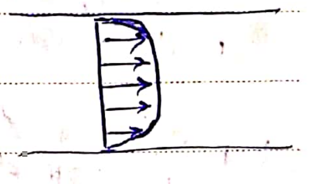
طول ورودی
$X_{fd}$ → Fully Developed

این شکل سرعت خودش را در طول لوله حفظ می‌کند

تو از ابتدا تا کامل کامل شدن:
$\left[\frac{X_{fd}}{D}\right]_{laminar} = 0.05\, Re_D$ & $Re_D = \frac{\rho u_m D}{\mu}$ & if $Re_D > 2200$ → توربولانس

$\left[\frac{X_{fd}}{D}\right]_{Turbulent} \approx 10$ → سرعت در مرکز پروفیل تخت‌تر دارد

Velocity & Turb.:



* در ابتدای لوله هم u داریم هم v → حل معادلات ممکن نیست

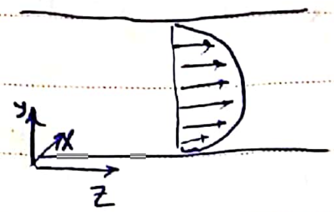
* در حالت استوانه‌ای (حالت FD) → در راستای r و θ سرعت نداریم

شما برای در راستای طول لوله معادله را حل می‌کنیم



Scanned by CamScanner

حل معادله Z-mom :




$$Z\text{-mom}: \rho\left(V_r\frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r}\frac{\partial V_z}{\partial \theta} + V_z\frac{\partial V_z}{\partial z}\right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu\left(\frac{\partial^2 V_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2}\right)$$

0 از پیوستگی (چون $V_r$ و $V_\theta$ صفر اند)

$$\Rightarrow \mu\left(\frac{\partial^2 V_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_z}{\partial r}\right) = \frac{\partial P}{\partial z} \quad (*)$$

$$\text{پ.} : \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_r}{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \Rightarrow \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0$$

در اینجا از پیوستگی استفاده کنید :

چون این صفر است، $V_z$ تابعی از r است یا θ ← تابعی از z نیست

P نیز وقتی هم $\frac{\partial P}{\partial z}$ را در نظر بگیریم نتیجه ای تابع از z نرسید ← دو طرف معادله (*) باید برابر ثابت باشد

البته :

$r\text{-mom}: V_r = 0 \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial r} = 0$

$\theta\text{-mom}: V_\theta = 0 \Rightarrow \frac{\partial P}{\partial \theta} = 0$

← P تنها تابعی از z است !

$$\frac{\mu}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dV_z}{dr}\right) = \frac{dP}{dz} \Rightarrow \frac{d}{dr}\left(r\frac{dV_z}{dr}\right) = \frac{1}{\mu}\frac{dP}{dz}r$$

$$\Rightarrow r\frac{dV_z}{dr} = \frac{1}{2\mu}\frac{dP}{dz}r^2 + C_1 \Rightarrow V_z = \frac{1}{4\mu}\frac{dP}{dz}r^2 + C_1\ln r + C_2$$

$V_z(r=R) = 0$

حل مسئله در مرکز محدود است

or $\frac{1}{4\mu}\frac{dP}{dz}r^2 = 0$

$V_z(r=0) =$ محدود

$$\Rightarrow V_z(r) = -\frac{1}{4\mu}\frac{dP}{dz}\times R^2\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right] \quad (I)$$

PAPCO

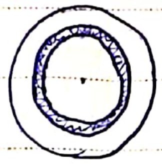
Scanned by CamScanner

* برای مقاطع کارتزین هم کاربرد دارد.

* فهمیدیم پروفیل سرعت چی است. حالا سرعت متوسط چیست؟ چون مهم است:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \Rightarrow \rho U_m \times \pi R^2 = \rho \int_0^R V_{z(r)}\, 2\pi r\, dr$$

مقطع لوله:



$$\Rightarrow U_m = -\frac{R^2}{8\mu}\frac{dP}{dz} \quad \text{(II)}$$

→ با دانستن سرعت متوسط می‌توان $\frac{dP}{dz}$ را پیدا کرد.

حال از تقسیم (I) و (II):

$$\frac{V_{z(r)}}{U_m} = 2\left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$$

→ $V_{z_{max}}(r=0) = 2U_m$ ⇒ در مرکز سرعت دو برابر $U_m$ می‌شود.

حال می‌توان $C_f$ را بدست آورد یا افت فشار را در لوله بدست آورد.

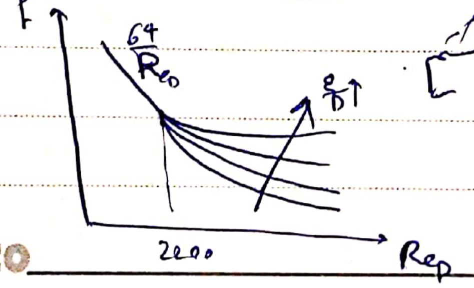
$$C_f = \frac{\tau}{\frac{1}{2}\rho U_m^2} = \frac{\mu \frac{\partial V_z}{\partial r}\Big|_{r=R}}{\frac{1}{2}\rho U_m^2} = \frac{16}{Re_D}$$

Friction Coefficient → در جریان داخلی خیلی کاری نداریم.

برای افت فشار یک friction factor تعریف می‌کنیم.

$$f = \frac{-\left(\frac{dP}{dz}\right)D}{\frac{1}{2}\rho U_m^2} \overset{\frac{dP}{dz}\ \text{جایگذاری}}{=} \frac{8\mu U_m D}{\frac{1}{2}\rho U_m^2 R^2} = \frac{64}{Re_D}$$

Friction Factor → معرف افت فشار




در چارت مودی داشتیم.

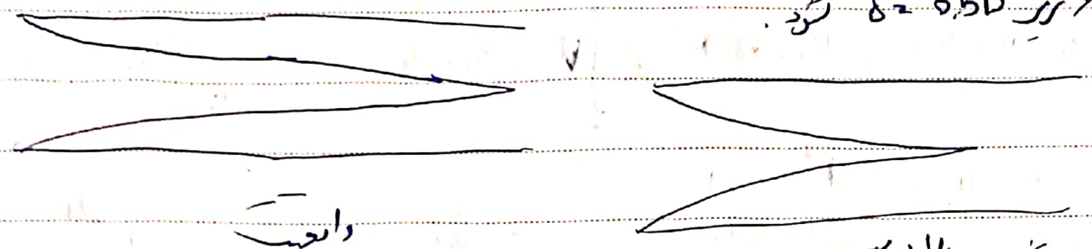
* در حالت توربولانس تا آخر دوره ما با معادلات تجربی کار می‌کنیم.



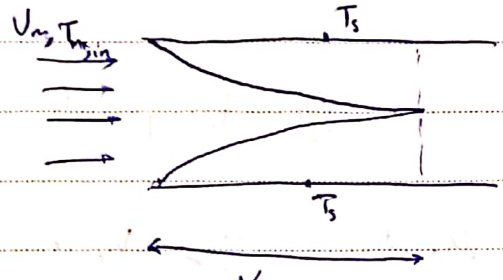
Scanned by CamScanner

در حالت توسعه یافتگی میتوان از حل بلازیوس کمک گرفت (ولی حل بلازیوس underestimate است)

در واقعیت معمولا هر چی در لوله جلوتر میرویم سرعت بین لایه‌ها افزایش دارد که موجب میشود رشد لایه مرزی کمتر شود، در زیر $\delta = 0.5D$ شود.



واقعیت — استفاده از بلازیوس




حل در رژیم ورودی دما :

$X_{fd,T}$ ← جایی که پروفیل دما توسعه یافته میشود

پس از حل :

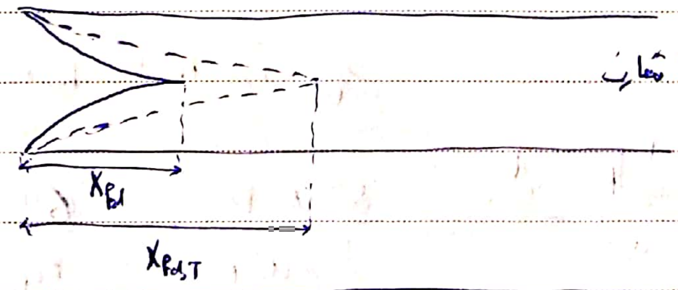
$$\left(\frac{X_{fd,T}}{D}\right) = 0.05\, Re_D Pr$$

$$\left(\frac{X_{fd}}{D}\right) = 0.05\, Re_D$$

$$\frac{X_{fd,T}}{X_{fd}} = Pr$$

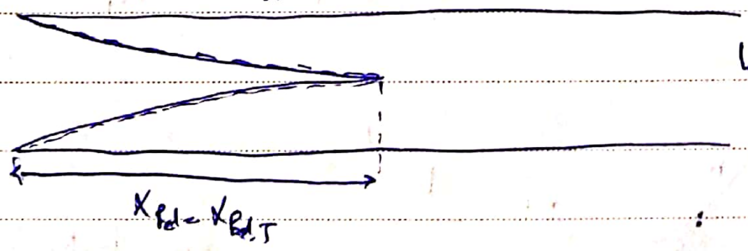
$$\frac{\nu}{\alpha} = Pr \gg 1$$

مثل مایعات غلیظ




$$\frac{\nu}{\alpha} = Pr \simeq 1$$

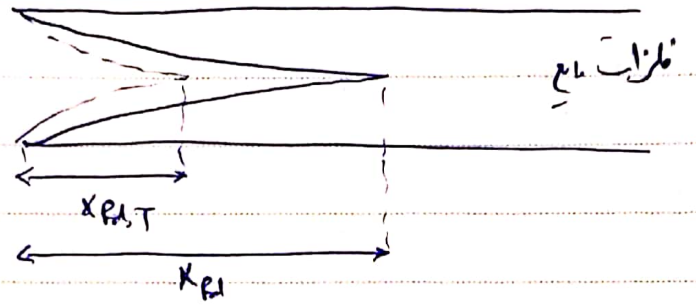
مثل گازها






Scanned by CamScanner

Pr<1




* گفتیم در حالت $Pr<1$ (در فلزات مایع روی صفحه تخت) می‌توان از تغییرات سرعت صرف نظر کرد یعنی $u$ را ثابت گرفت.
← طول های ابتدایی لوله هم همینطور

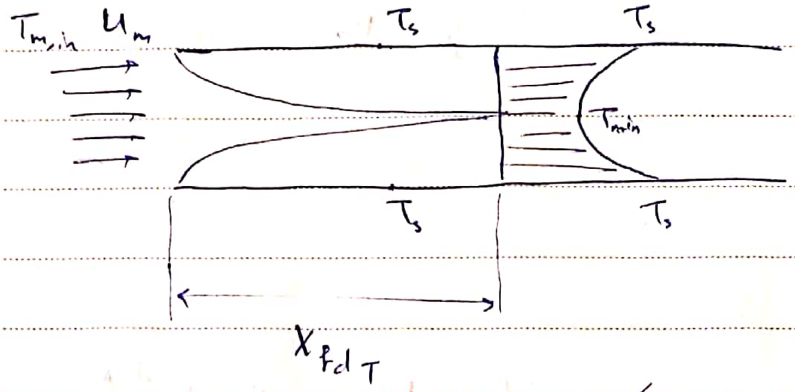
* در حالت توربولانسی:

$$\left(\frac{x_{fd,T}}{T}\right)_{Turb.} \approx 10$$

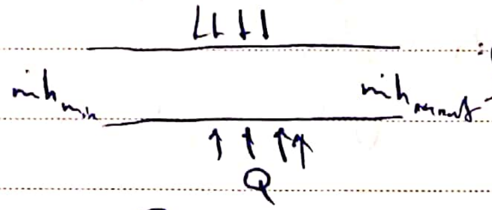
→ طول ورودی سرعت و دما کم هم است و به Pr ربطی ندارد

جلسه ۱۵ ام

گفتیم:




حال برای تعریف دمای متوسط چکار کنیم؟ از ترمودینامیک گفتیم:




$$Q = \dot{m} c_p (T_{m,out} - T_{m,in})$$

اما محدودیت نگفتیم آن دمای متوسط چیست.

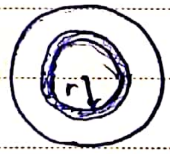
تعریفی مثل $T_m = \frac{1}{A}\int T\,dA$ غلط است!!

تعریف دمای معادل انرژی عبوری از آن سطح مقطع است. (Bulk-mean-Temp.)

انرژی گذرنده از یک مقطع:

$$Q = \int h\, d\dot{m}$$

← حرکت را در نظر نگرفتیم! حرکت هم است




$$= \int_0^R c_p T \rho u\, 2\pi r\, dr$$

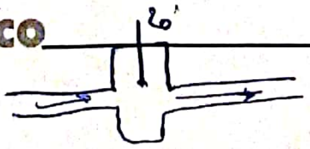
از طرفی: $c_p T_m \rho u_m \pi R^2 = Q \rightarrow$

$$T_m = \frac{2}{u_m R^2}\int_0^R u_{(r)} T_{(r)}\, r\, dr$$

← دمای متوسط سیال در ترمودینامیک و انتقال حرارت

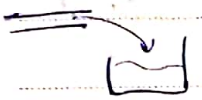
در واقعیت چکار کنیم؟ یک مخزن mixing قرار دهیم و سیال وارد گردد، دما را اندازه می‌گیریم

PAPCO

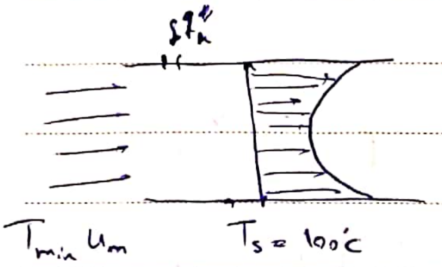



Scanned by CamScanner

می‌توان یک مخزن زیر قرار داد و آب را در مخزن ریخت و دید که چند درجه گرم شده است



حال لوله زیر را در نظر بگیرید. برای تعریف h می‌گوییم:




$$\Rightarrow q''_{(x)} = h_{(x)} \left(T_s - T_{m(x)}\right)$$

* برای حالت Fully Developed سرعت گفتیم که باید پروفیل سرعت یکسان شود. برای دما به دلیل افزایش دما نمی‌توان این را گفت. اما اگر پروفیل دما را نرمالایز کنیم دیگر شکلش ثابت است

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{T_{s(x)} - T_{(r,x)}}{T_{s(x)} - T_{m(x)}}\right] = 0$$

تعریف Fully Developed دما:

به این معناست که پروفیل دما تغییر نمی‌کند

طبق تعریف بالا باید گفت که کسر داخل کروشه تابعی از x نیست.

$$\frac{T_{s(x)} - T_{(r,x)}}{T_{s(x)} - T_{m(x)}} \neq f_{(x)} \quad \xrightarrow{\frac{\partial}{\partial r}} \quad \frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{T_{s(x)} - \dots}{\dots}\right] \neq f_{(x)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{T_{s(x)} - T_{m(x)}} \times \left(\frac{-\partial T_{(r,x)}}{\partial r}\right)\Bigg|_{r=R} \neq f_{(x)}$$

از طرفی: $q''_{(x)} = -k \frac{\partial T}{\partial r}\Big|_{r=R} = h_{(x)}\left(T_{s(x)} - T_{m(x)}\right)$

$$\frac{h}{k} \neq f_{(x)}$$

h ثابت است



Scanned by CamScanner

* در جریان خارجی h را صورت تابعی x کاهش پیدا می‌کرد اما اینجا ثابت است. (به دلیل نوع تعریف $h(T_s - T_\infty)$)

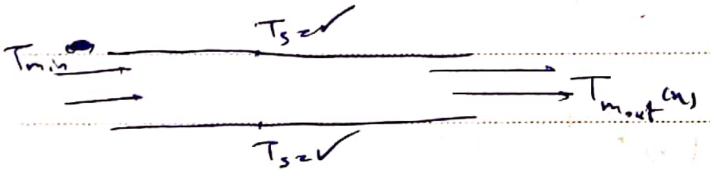
مثلاً اگر تعریف را در نظر بگیریم: $q = h(T_s - T_{m,in})$ ← h وابسته به x می‌شد

* طول جریان که داریم: $\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{T_s - T}{T_s - T_m}\right] = 0$ ← برای حالت $\left\{ T_s = cte \text{ or } q'' = cte \right\}$ + دما هر دو و سرعت توسعه یافته

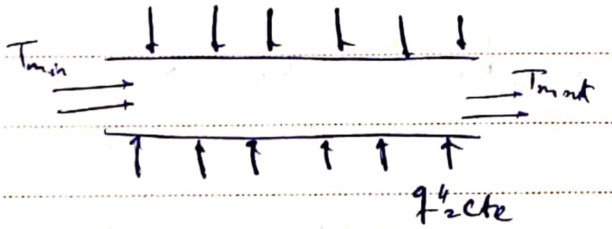
اگر Fully developed باشیم با شرط مرزی ثابت $h_m$ وابسته به x نمی‌شود.

اگر شرط مرزی ثابت باشد اینجا تا Fd نیز صدق می‌کند.

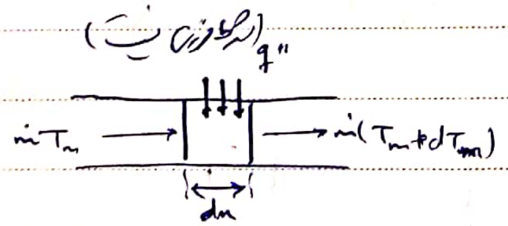
سوال: در مسئله دنبال چه می‌گردیم؟ ←




حالت ۱: $q''_{(x)} = h(T_s - T_{m(x)})$ (مجهول ... / متغیر)




حالت ۲: $q''_{(x)} = h(T_{s(x)} - T_{m(x)})$ (ثابت / مجهول)




* برای $T_m$: $\Rightarrow q'' \times P dx = \dot m C_p (T_m + dT_m) - C_p \dot m (T_m)$

$\Rightarrow q'' P dx = \dot m C_p dT \Rightarrow$ $$\frac{q''_{(x)} P}{\dot m C_p} = \frac{dT_m}{dx}$$ فرمول کلی: تغییرات $T_m$ بر حسب x

$T_m$ بر حسب x آمد.

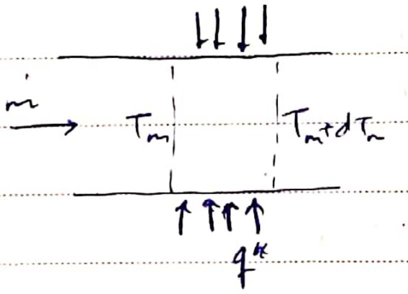
PAPCO

Scanned by CamScanner

جلسه ۱۶ ام

جلسه پیش گفتیم شار حرارتی را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$q'' = h\left(T_{s(x)} - T_{m(x)}\right)$



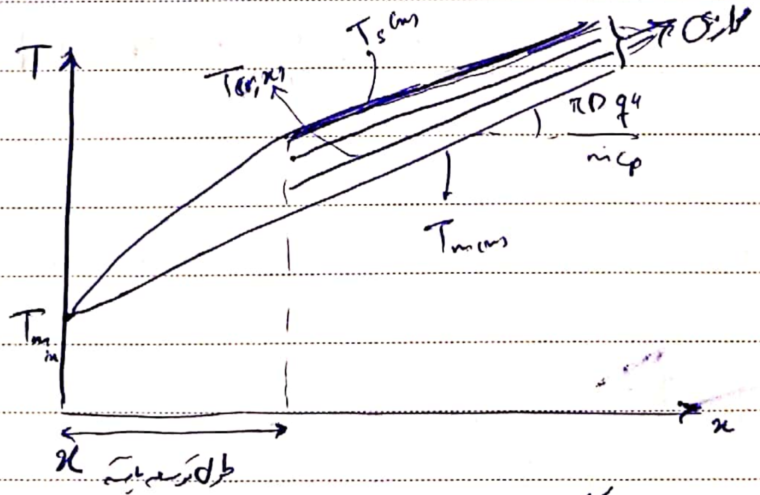

$$\Rightarrow \frac{dT_m}{dx} = \frac{P q''}{\dot{m} C_p}$$

فرض کنید شرط مرزی شار ثابت: $(q'' = cte)$

$$\frac{dT_m}{dx} = \frac{\pi D q''}{\dot{m} C_p}$$

$$\Rightarrow \int_{T_{m,in}}^{T_{m,x}} dT_m = \int_0^x \frac{\pi D q''}{\dot{m} C_p}\, dx \Rightarrow T_{m,x} = T_{m,in} + \frac{\pi D q''}{\dot{m} C_p}\, x$$

* اگر h را داشته باشیم، $T_{s(x)}$ بدست می‌آید ← $T_{s(x)} = T_{m(x)} + \frac{q''}{h}$




موازی ← علت موازی بودن خطوط، ثابت بودن h و q'' است.

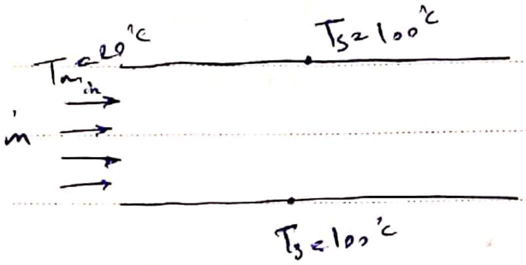
* در ورودی لوله معمولاً چون سیال سرد و دیواره، $h = \infty$ و $T_{m,in} = T_{s,in}$

* اگر q با x عوض شود، q'' در انتگرال تابعی از x است و حل می‌شود.

* خوبی فرمول ما این است که می‌توانیم با استفاده از شکل زیر جریان و سیال $T_m$ را بدست آورد.

اما اگر $T_s$ را بخواهیم باید h را از معادله انرژی در آوریم ← مشکل به کورلیشن‌ها نیاز دارد.

PAPCO
Scanned by CamScanner




اگر سطح دما ثابت باشد ($T_s(x) = Cte$)

$$\frac{dT_m(x)}{dx} = \frac{\pi D q''}{\dot{m} c_p}$$

قانون نیوتن

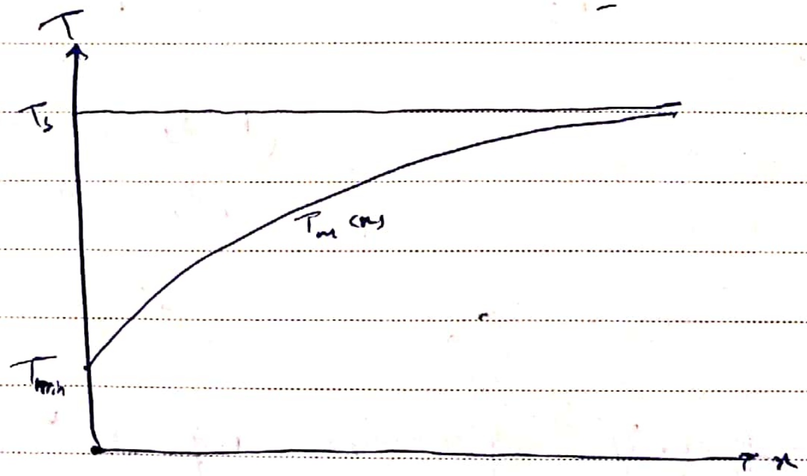
$$\frac{dT_m(x)}{dx} = \frac{\pi D h (T_s - T_m(x))}{\dot{m} c_p}$$

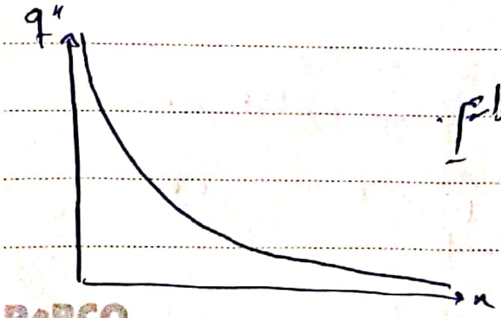
$$\Rightarrow -\frac{d\Delta T}{dx} = \frac{\pi D h \Delta T}{\dot{m} c_p} \quad \& \quad T_s - T_m(x) = \Delta T \quad \Rightarrow \int_{\Delta T_{in}}^{\Delta T(x)} \frac{d\Delta T}{\Delta T} = \int_0^x -\frac{\pi D h}{\dot{m} c_p} dx$$

$$\Rightarrow \ln \frac{\Delta T(x)}{\Delta T_{in}} = \text{([illegible])} = \frac{-\pi D x}{\dot{m} c_p} \frac{1}{x} \int_0^x h \, dx$$

$$\Rightarrow \ln \frac{\Delta T(x)}{\Delta T_{in}} = \frac{-\pi D x \bar{h}(x)}{\dot{m} c_p} \Rightarrow \frac{T_s - T_m(x)}{T_s - T_{m_{in}}} = e^{-\frac{\pi D x \bar{h}}{\dot{m} c_p}}$$

h را اگر متوسط بگیریم میتوان $T_m$ را در هر جا داشت.




* دنبال q'' هستیم! طبق روابط در هر نقطه $T_m(x)$ را داریم

* کل q'' نیز با انتگرال‌گیری با روش عددی به دست می‌آید.

PAPCO

Scanned by CamScanner

$\dot{Q}(W) = \dot{m} C_p (T_{m,out} - T_{m,in})$ or $\dot{Q} = \dot{m} C_p (T_{m,out} - T_{m,in})$ ←

$\Rightarrow \dot{Q} = \dot{m} C_p ([T_s - T_{m,in}] - [T_s - T_{m,out}])$    $P_{\text{محیط}} = \pi D x =$ مساحت جانبی

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{Q} = \dot{m} C_p (\Delta T_{in} - \Delta T_{out}) \\ \dfrac{\Delta T_{out}}{\Delta T_{in}} = e^{\frac{-\pi D \bar{h} x}{\dot{m} C_p}} \end{cases} \xrightarrow{\dot{m} C_p \text{ حذف}} \dot{Q} = \frac{\Delta T_{out} - \Delta T_{in}}{\ln \frac{\Delta T_{out}}{\Delta T_{in}}} A_s \bar{h}$$

لگاریتم

$\longrightarrow \dot{Q} = \bar{h} A_s \Delta T_{lm}$    log mean temperature difference

شبیه قانون نیوتن برای کانوکشن است.

* اگر $\dot{m} C_p$ را به ما ندهند، می‌توان با داشتن $T_{out}$ , $T_{in}$ ، $\dot{Q}$ را به دست آورد و در واقع از $\bar{h}$ کمک گرفته می‌شود.

* شرط دیواره دما ثابت، کم در واقعیت پیش می‌آید. معمولاً شرط مرزی ما دمای هوای اطراف است

$T_\infty \, h$

$T_{m,in}$ → in

$T_\infty \, h$

حالا کانوکشن با بیرون کانوکشن یک مقاومت ایجاد می‌کند که تعریف می‌دهد

اعمال این شرایط :

$$\frac{dT_{m(x)}}{dx} = \frac{h(T_s - T_{m(x)})P}{\dot{m} C_p}$$

$T_s$ را نمی‌دانیم بنابراین تعریف جدید برای q → $h_{\text{جدید}}(T_\infty - T_{m(x)})$

$$\frac{1}{h_{\text{جدید}}} = \frac{1}{h_{\text{درون}}} + \frac{1}{h_{\text{بیرون لوله}}} + \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi k}$$

مقاومت هدایتی از

PAPCO

Scanned by CamScanner

$$\Rightarrow \frac{T_\infty - T_{m,out}}{T_\infty - T_{m,in}} = e^{\left(\frac{-P\,x\,\bar{h}}{\dot{m} c_p}\right)}$$

فرمول مهم

$$\Rightarrow Q = \frac{\Delta T_{out} - \Delta T_{in}}{\ln\left(\frac{\Delta T_{out}}{\Delta T_{in}}\right)} A_s \bar{h}$$

فرمول مهم

* در حالت سیلندر $\bar{h}$ را می‌گوییم که از روابط تجربی مثل $Nu_D = C Re^m Pr^{\frac{1}{3}}$ برای $h$ متوسط

می‌آید که تأثیر دما روی خواص در این جا صرف نظر می‌شود که اما تأثیر کمی روی خواص دارد. فقط این $h$ ها

ثابت در نظر گرفت. اما این $h$ متوسط در حالت توسعه یافته $h$ ثابت است اما اگر طول ورودی قابل توجه

باشد آنجا باید $\bar{h}$ به دست آورده شود. پس کافی است که $\bar{h}$ در راستای طول $x$ تغییر کند که

انتگرال گیری آنجا سخت است

* معروف: نقطه‌ای که این حالت دمای اطراف را با دما ثابت تقریب زدیم به این دلیل صحیح است

که تغییر $T_s$ کوچک است و تغییر زیادی در جواب ایجاد نمی‌کند.

در طول لوله



Scanned by CamScanner

جلسه 17ام

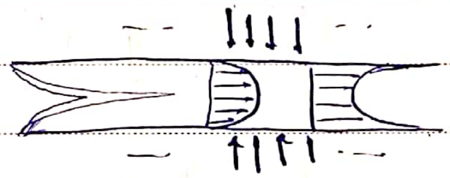
* $T_m$ را برای شرایط دو حالت انجام دادیم.

گفتیم: $q''=h(T_s-T_m)$

حل معادلات برای شرط مرزی $q''=cte$ و s.s. برای لوله: (توسعه یافته)

* معادله انرژی را حل نمی‌کنیم چون پروفیل سرعت را داریم.

$$V_r\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{V_\theta}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta}+V_z\frac{\partial T}{\partial z}=\alpha\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right]$$



& $\mu\phi=0$

& $\dot{q}''_{gen}=0$

Fully developed: $V_r=0$, $V_\theta=0$, $\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2}=0$, $\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}=$ خیلی کوچک

* کلاً کنداکشن محوری خیلی کوچک است

الان گفتیم که $\frac{\partial T}{\partial z}$ ثابت است در توسعه یافته — اینجا صفر است

← اگر $T_s=cte$ در شرط مرزی‌مان بود آن وقت شرط دیگری که گفتیم صدق می‌کرد.

ثابت A

$$\Rightarrow V_z\frac{\partial T}{\partial z}=\alpha\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)\right]\Rightarrow 2u_m\left(1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right)\frac{\partial T}{\partial z}=\alpha\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)\right)$$

با انتگرال ←

$$T(r)=\frac{2u_m}{\alpha}A\left[\frac{r^2}{4}-\frac{r^4}{16R^2}\right]+C_1\ln r+C_2$$

(اگر $r=0$ را محدود است یا $q''=0$ (هیچ حرارتی نداریم))

$T(r=0)=$ محدود $\Rightarrow C_1=0$

$T(r=R)=T_s$



Scanned by CamScanner

$$\Rightarrow T_{(r)} = T_s(z) - \frac{2u_m R^2}{\alpha} A \left[\frac{3}{16} + \frac{1}{16}\left(\frac{r}{R}\right)^4 - \frac{1}{4}\left(\frac{r}{R}\right)^2\right] \qquad A = \frac{dT_m}{dz}$$

از طرفی :

$$\frac{dT_m}{dz} = \frac{dT_s}{dz} = \frac{\partial T}{\partial z} = A$$

حال $T_m$ را حساب می‌کنیم :

$$T_m = \frac{2}{u_m R^2}\int V_z T_{(r)} r\, dr \quad \& \quad V_z = 2u_m\left(1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right)$$

$$\Rightarrow T_m = T_s - \frac{11}{48}\left(\frac{u_m R^2}{\alpha}\right)\frac{dT_m}{dz} \Rightarrow T_s - T_m = \frac{11}{48}\left(\frac{u_m R^2}{\alpha}\right)\frac{dT_m}{dz}$$

از طرفی داریم :

$$\frac{dT_m}{dz} = \frac{q'' 2\pi R}{\rho u_m \pi R^2 c_p} \Leftarrow \frac{dT_m}{dz} = \frac{q'' P}{\dot m c_p} \Rightarrow \text{ثابت است}$$

$$\Rightarrow T_s - T_m = \frac{11}{48}\,\frac{u_m R^2}{\frac{k}{\rho c_p}} \times \frac{q'' \times 2\pi R}{\rho u_m \pi R^2 c_p} \quad , \left(\alpha = \frac{k}{\rho c}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{q''}{T_s - T_m} = \frac{48}{11}\frac{k_{\text{سیال}}}{D} \Rightarrow h = \frac{48}{11}\frac{k_{\text{سیال}}}{D}$$

h عدد ثابتی است

$$\Rightarrow \frac{hD}{k} = \frac{48}{11} = 4.36 \qquad q'' = cte$$

$Nu_D$

→ ناسلت در جریان فولی دولوپ عدد ثابتی است
نا‌بسته از جنس سیال

در حالت دما ثابت دیگر نمی‌توان گفت $\frac{\partial T}{\partial z} = cte$ حل عددی دارد و اینها ⇐

$$Nu_D = 3.66 \qquad T_s = cte$$

* مسئله سری های دیگر باید حل بشوند

* خواص را اگر ثابت فرض نخواهیم باید در دمای: $T_f = \frac{T_s + T_m}{2}$ ⇐ دارای دما و جواب با دقت نزدیک‌تر

مثلاً افت فشار → برای خواص سیالی و ...

$T_m$ → برای خواص دمایی $C_p$, k, ...

* اگر کانال مربعی و مستطیلی داشتیم چون $V_z$ عوض می‌شود ⇐ جواب‌های متفاوت (این در صفحه موازی جواب را باید بتوانند حل کنند!)

حل مستطیل و این مسائل در تعریف‌ها می‌آورد (در این کانونی) ← نتایج در یک جدول

| $Nu_D$ شکل | $\frac{b}{a}$ | $q'' = cte$ | $T_s = cte$ |
|---|---|---|---|
| دایره (D) | — | 4.36 | 3.66 |
| مستطیل a × b | 1 | 3.61 | 2.98 |
| مستطیل a × b | 3 | 4.79 | 3.96 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| مثلث متساوی‌الاضلاع | | 3.11 | 2.47 |

* جریان لایه‌ای کانال‌ها fully developed

$$D_h = \frac{4A_{مقطع}}{P_{خیس}}$$

* $Nu_D$ برای سیال‌های مختلف ثابت است

* h برای سیال‌های مختلف متفاوت است

* اگر h متوسط بخواهیم باید خواص را در $T_f = \frac{T_{m,in} + T_{m,out}}{2}$ بخوانیم.



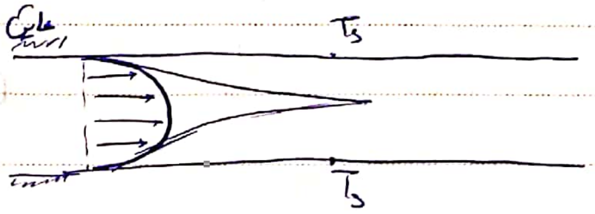
Scanned by CamScanner

قبل از fully developed شدن چه؟!

* برای شرط مرزی دما ثابت $T_s = Cte$

حالت 1) $U$ : fully developed

$T$ : Entry region

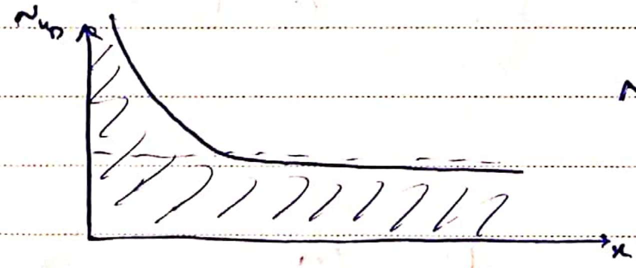



* یکی از راه‌های این حالت این است که قبل از این لوله ریت fd شده باشه و بعد بیاید وارد این لوله که گرم شود. ⇒ مثل ترموستات

$$\overline{Nu}_D = \frac{3.66 + 0.0668\left(\frac{D}{L}\right)Re_D Pr}{1 + 0.04\left[\left(\frac{D}{L}\right)Re_D Pr\right]^{\frac{2}{3}}}$$

$\frac{D}{x} Re_D Pr = Gz_D$ ، عدد گرتز

گفتیم که اگر در صورتی که فاصله خیلی دور باشه خواهیم داشت: $\frac{x}{D} > 0.05 Re_D Pr \Rightarrow Gz < 20$




* اگر طول $\infty$ باشد ، $Nu_D \cong 3.66$

* ما $Q$ کل را می‌خواهیم ،

$$Q = \dot{m} C_p (T_{m_{خروجی}} - T_{m_{ورودی}})$$

مان تعیین می‌کنیم که $\bar{h}$ از رابطه $\overline{Nu}_D$ فوق

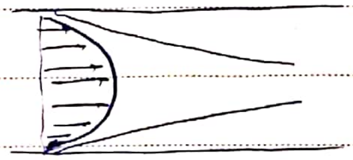


Scanned by CamScanner

جلسه 18 ام

* گفتیم اگر جریان با L باشد fully dev. باشد و دما در حال توسعه باشد:

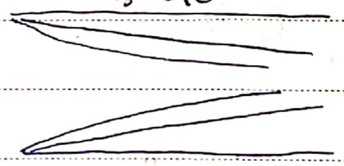
$T_s = Cte$



$$\overline{Nu}_D = 3.66 + \frac{0.0668\, G_{z_D}}{1+0.04\,(G_{z_D})^{\frac{2}{3}}} \quad , \quad G_{z_D} = \frac{D}{L} Re_D Pr$$

* حال اگر هر دو در حال توسعه باشند

$T_s = Cte$



$$\overline{Nu}_D = 1.86 \left(\frac{Re_D Pr}{\frac{L}{D}}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{\mu}{\mu_s}\right)^{0.14}$$

$G_{z_D}^{\frac{1}{3}}$

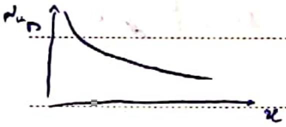
$Pr > 0.5$

$G_{z_D}^{\frac{1}{3}} \left(\frac{\mu}{\mu_s}\right) > 2$

$\mu_s$ : @$T_s$ → table

$\mu$ : @$T_m^{avg}$ → table $\left(\frac{T_{m,i}+T_{m,o}}{2}\right)$

اگر ترم این عدد برابر ۱ باشد ⇐ $Nu_D = 1.86$ که غیرممکن است. زیرا باید $Nu_D > 3.66$ باشد.




نکته: برای سیالی که دما در حال توسعه باشد ولی سرعت fd اتفاق است. بین سیال‌ها نوع گرم (شبیه در حالت Pr خیلی)

روغن‌ها (نرخ‌های ... نظرات ...) → در همه این حالت که سرعت توسعه یافته است ولی دما در ابتدای لوله سرعت را با $u_m = ct$ شبیه‌سازی می‌کنیم.

* (مد باشد مهم است) *

حال اگر توربولانت چی؟ (توسعه یافته باشند سرعت و دما)

لوله $D = 1^{cm}$ که ... ۱۰ ... توسعه یافته صدق نظر کرد

توربولانس ما fd زود اول → توربولانس: $Re > 2300$

توسعه در توربولانت: $\frac{x_{fd}}{D} = \frac{x_{fd,T}}{D} = 10$



اما در لمینار داشتیم: $\frac{x}{D} = 0.05 Re_D$ که نمی‌شود از ناحیه ورودی صرف‌نظر کرد

Scanned by CamScanner

* در حالت لمینار داشتیم:

$T_s = Cte$ : $Nu_D = 3.66$
$q'' = Cte$ : $Nu_D = 4.36$ } تفاوت دارند! 25%

در حالت توربولانت تفاوت در حد 2 تا 3 درصد است

$$Nu_D = 0.023\, Re_D^{4/5}\, Pr^{n}$$

$n = 0.4$ $T_s > T_m$

$n = 0.3$ $T_s < T_m$

$Pr > 0.5$

10% - 25% خطا دارد

به علت [illegible] زیاد

* سوال: چرا در این رابطه $Re_D$ داریم؟ در لمینار در فرمول ربطی هم پیدا نمی‌کرد.

در توربولانت با افزایش سرعت پروفایل آن تغییر می‌کند که $h$ را در رابطه تغییر دهد (در لمینار پروفایل با توربولانت فرق است)

در اینجا کل $T_m$ انتگرال گرفتیم.

یک رابطه دیگر هم هست که از هر دو هم استفاده نشه اوکی است!

$$Nu_D = \frac{\left(\frac{f}{8}\right) Re_D\, Pr}{1.07 + 12.7\left(\frac{f}{8}\right)^{\frac{1}{2}}\left(Pr^{\frac{2}{3}} - 1\right)}$$

& $f \rightarrow$ moody chart

$Pr > 0.5$

* جالب است بدانید که حتی اگر شرایط مرزی $T_s$ یا $q''$ ثابت نباشد هم روابط با 20% این طور خطا ترتیب خوبی نشان دهد.

* برای شکل های هندسی مختلف این روابط که گفتیم قابل استفاده است. فقط اینکه

$$D = D_h = \frac{4A}{P}$$

PAPCO

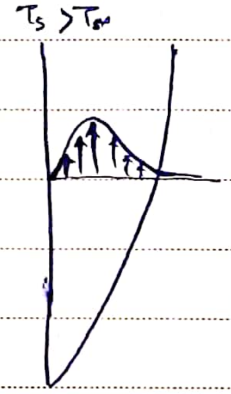
Scanned by CamScanner

برای فلزات مذاب (?) $Pr \ll 1$ :

$$Nu_D = 4.82 + 0.0185 (Re_D Pr)^{0.827} \quad ; \quad q''_s = cte$$

$$Nu_D = 5 + 0.025 (Re_D Pr)^{0.8} \quad ; \quad T_s = cte$$

## جابجایی آزاد (طبیعی - Natural/ Free Convection)



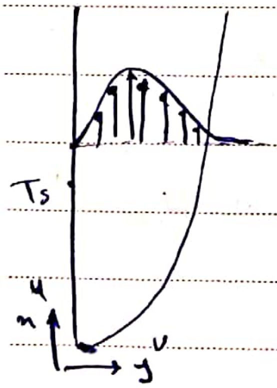

* وقتی شیب جابجایی داریم تغییر دما، فشار ایجاد می‌کند و جریان پدید می‌آید!

* اگر $Pr>1$ باشد لایه مرزی سرعت بیرون‌تر (?) است

* حالت $Pr<1$ غلط است زیرا اگر بیرون لایه مرزی سرعت گرادیان دما داشته باشیم باید جابجایی هم باشد و سرعت تغییر کند!

حال $h$ چیست؟

$$q'' = h (T_s - T_\infty)$$




$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \qquad \text{(فرض کنیم خواص ثابت است)}$$

$$\text{X-mom}: \quad u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \; (-g)$$

در بالا زیر نوشتیم (?)

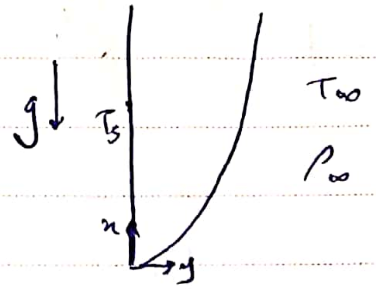
$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

خواص متوسط در $T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2}$



Scanned by CamScanner

گفتیم :




$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - g$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

* تغییرات فشار در لایه مرزی برابر تغییرات فشار در بیرون آن است. مثل بالا نیز اثبات می‌گردد که در y تغییر ندارد. اما اینجا این تغییر چیست؟ بلکه فشار هیدرواستاتیک داریم.

$$\Rightarrow \frac{\partial P}{\partial x} = -\rho_\infty g$$

$$\Rightarrow u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \left(\frac{\rho_\infty}{\rho} - 1\right)g$$

$$\frac{\rho_\infty - \rho}{\rho}$$

* حال می‌توان از رابطه گاز کامل برای حذف یکی از مجهولات $\rho$، $u$، $v$، $T$ استفاده کرد.

اما بوزینسک پیشنهاد کرد که از $\beta$ (ضریب انبساط حجمی) استفاده کنیم.

از آنجایی که تغییرات دما کم باشد

$$\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_P = -\frac{1}{\rho}\frac{\Delta\rho}{\Delta T}$$

($P$: در فشار ثابت است)

($\beta = \frac{1}{T_\infty}$ در نهایت؛ برای گاز ایده‌آل $P = \rho R T$؛ برای مایعات از جدول استفاده شود)

$$\Rightarrow \beta = -\frac{1}{\rho}\frac{\rho - \rho_\infty}{T - T_\infty}$$

جایگذاری

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \beta g(T - T_\infty)$$

کوپل وجود دارد بین معادلات.

* دو تکنیک برای معادله ها کشیدیم تو سرعت ثابت در نظر می‌گیرد ولی در معادله مومنتوم یک نیروی بویانسی اعمال می‌کند تا اثر هم اعمال شود ($X = \beta g (T - T_\infty)$)

* فرض نسبت مثال هم داشتیم. (از Free conv. صرف نظر کردیم. اگر $\beta$ ای وجود نداشت (یعنی Thermal Expansion نداشتیم) (مثل بلازیوس) ← آن وقت بین ۲ تا معادله ها تنش ایجاد نمی‌شود و حل داده نمی‌شد به بلا ← اما مسئله اصلی اینجاست که چه زمانی این فرض صحیح است؟ در بلازیوس گفتیم سرعت مثلاً $1 \frac{m}{s}$ است اما سرعت ناشی از بویانسی $1 \frac{mm}{s}$ است، اما اگر مثلاً $U_\infty = 10 \frac{mm}{s}$ باشد عملاً نمی‌شود از Free conv. صرف نظر کرد ← این مسئله را باید حل شود ← اما Super pos می‌کنیم

↓

$h_{conv} + h_{free\ conv} = h_{کل}$ ← ترتیب ← اگر ترتیب نخواهیم باید با شرط … حل کرد

← حال بی‌بعد سازی:
$u^* = \frac{u}{U_\infty}, \quad v^* = \frac{v}{U_\infty}, \quad x^* = \frac{x}{L}, \quad y^* = \frac{y}{L}, \quad \theta^* = \frac{T - T_\infty}{T_s - T_\infty}$

⇒ پیوستگی: $\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0$

$$X\text{-mom}: \frac{U_\infty^2}{L} u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{U_\infty^2}{L} v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \nu \frac{U_\infty}{L^2} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} + \beta g (T_s - T_\infty) \theta^*$$

$$\Rightarrow u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re_L} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\beta g (T_s - T_\infty) L}{U_\infty^2} \theta^*$$

$$\frac{\beta g (T_s - T_\infty) \times L}{U_\infty^2} \times \frac{L^2}{L^2} \times \frac{\nu^2}{\nu^2} = \frac{1}{Re_L^2} \left\{ \frac{\beta g (T_s - T_\infty) L^3}{\nu^2} \right\}$$

$Gr$: Grashof number

$\frac{Gr}{Re_L^2}$: تعادل بین نیروی … / نیروی اینرسی



Scanned by CamScanner

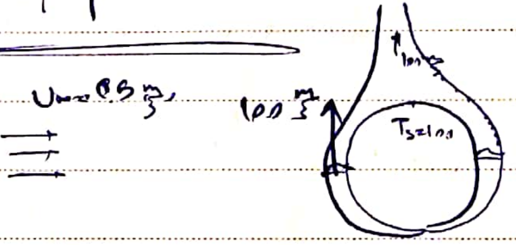
دماش بالا بریم رژیم گرد با بعدیش

→ if $\frac{Gr_L}{Re_L^2} \ll 1$ ($\to 0.01$) (فقط جابجایی اجباری)

if $\frac{Gr_L}{Re_L^2} \gg 1$ ($\to 10/15/100$) (فقط جابجایی آزاد) ← $U_\infty$ نقش در سرعت سیال رو ایفا نمی کند

if $\frac{Gr_L}{Re_L^2} = 1$ (هر دو مهم است) ← با حل معادلات کامل / تلفیق دو رژیم میانگین را بگیریم هر دو را

→ پارامتر مهم $Gr$ اعمال




اصلاً $U_\infty$ موثر نیست ← گراشف بزرگ

اگر تیر برابر ... $\frac{Gr}{Re^2}$ را بدست آورد ← ببینم کدام یک (اما با سرعت تیزی)
موجب تولید لایه ی ... است.

$$\psi = \left[4\nu\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{\frac{1}{4}}\right] f(\eta) \quad \to x^{\frac{3}{4}} f(\eta)$$

$$\eta = \frac{y}{x}\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{\frac{1}{4}}$$

$$\downarrow$$

$$\eta \propto \frac{y}{x^{\frac{1}{4}}}$$

حل Similarity Solution وجود دارد ←

معادله ODE تبدیل می شود و حل می کنیم.

$$\Rightarrow \begin{cases} f''' + 3ff'' - 2f'^2 + \theta^* = 0 \\ \theta^{*''} + 3Pr f \theta^{*'} = 0 \end{cases}$$

$$h_x = -k \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0} \Big/ (T_s - T_\infty) = -k \left.\frac{\partial \theta^*}{\partial y}\right|_{y=0} = -k \frac{\partial \theta^*}{\partial \eta}\left.\frac{\partial \eta}{\partial y}\right|_{\eta=0} = -k \underbrace{\left.\frac{\partial \theta^*}{\partial \eta}\right|_{\eta=0}}_{\theta^{*'}(0)} \times \frac{1}{x}\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{\frac{1}{4}}$$

PAPCO

Scanned by CamScanner

در بلازیوس $0.332\, Pr^{\frac{1}{3}} Re^{\frac{1}{2}}$ بود.

$$\Rightarrow \frac{h_x x}{k} = Nu_x = \theta'(0) \left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{\frac{1}{4}} \Rightarrow Nu_x = g\left(Pr, \left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{\frac{1}{4}}\right) = g(Pr) \times \left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{\frac{1}{4}}$$

$$\Rightarrow Nu_x = g(Pr) \times \left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{\frac{1}{4}} \quad \& \quad g(Pr) = \frac{0.75\, Pr^{\frac{1}{2}}}{(0.609 + 1.221\, Pr^{\frac{1}{2}} + 1.238\, Pr)^{\frac{1}{4}}}$$

---

جلسه ۱۹ ام

جلسه‌ی قبل مسئله Free Conv. را حل کردیم.

$$Nu_x = \frac{h_x}{k} = \left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{\frac{1}{4}} g(Pr) \quad , \quad q''_x = h_x (T_s - T_\infty)$$

برای ما اینجا هم مسائل داوام مهم است

$$g(Pr) = \frac{0.75\, Pr^{\frac{1}{2}}}{(0.609 + 1.221\, Pr^{\frac{1}{2}} + 1.238\, Pr)^{\frac{1}{4}}}$$

$\bar{h}$ را بدست آورید.

$$\bar{h} = \frac{1}{L}\int_0^L h_x\, dx \quad , \quad h_x \propto \frac{1}{x^{\frac{1}{4}}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\overline{Nu}_L = \frac{4}{3} Nu_L}$$

جواب نهایی

(در حالت قبل $\overline{Nu}_x = 2Nu_x$ داشتیم).

* بعضی‌ها به جای اینکه Gr را به عنوان معیار انتقال حرارت در نظر بگیرند از ریلی استفاده می‌کنند

$$Gr_x = \frac{g\beta (T_s - T_\infty) x^3}{\nu^2}$$

$$Ra_x = Gr_x \times Pr \longrightarrow Ra_x = \frac{g\beta (T_s - T_\infty) x^3}{\nu \alpha}$$



Scanned by CamScanner

ادعای آن‌ها این است که انتقال حرارت تنها وابسته به $Ra_x$ است نه چیز دیگری

$Nu_x = f(Ra_x)$

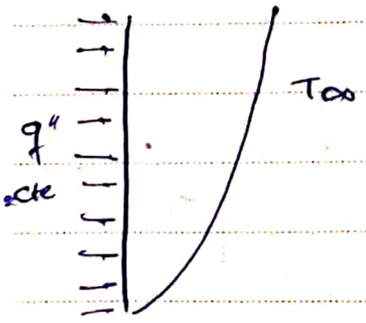
* هر دو نفر معادلاتشان درست هستند. اما آنان که دیر داده‌اند به رابطه شکلی گفتند:

$\overline{Nu}_L = C\,Ra_L^m$ ; $C = 0.59$, $m = \frac{1}{4}$ لامینار ; $C = 0.1$, $m = \frac{1}{3}$ توربولانس → برای توربولانت نشانی را دادیم

معیار لامینار یا توربولانت عدد ریلی است ← $Ra_L > 10^9$ توربولانت

* این معادلات T ثابت بود، و خواص در $T_f = \frac{T_s + T_\infty}{2}$

حال اگر $q''$ ثابت باشد چه؟ (یعنی شار ثابت است نه دما) دمای سطح را نداریم. (از کجا $h_x$)




نتایج نشان می‌دهد که اگر از حالت h حالت دما ثابت را استفاده کنیم دمای وسط صفحه به دست می‌آید.

$\bar{h} = \frac{q''}{T_s - T_\infty}$ (وسط یا $\frac{L}{2}$) از طرفی: $\overline{Nu}_L = f\left(\frac{g\beta (T_{s_{L/2}} - T_\infty) L^3}{\nu \alpha}\right) = \frac{\bar{h} L}{k}$

در واقع الان دمای وسط صفحه را به عنوان دمای ثابت در نظر گرفته‌ایم (حالا با 3 یا 4 دفعه سعی و خطا دمای وسط دیوار به دست می‌آید)

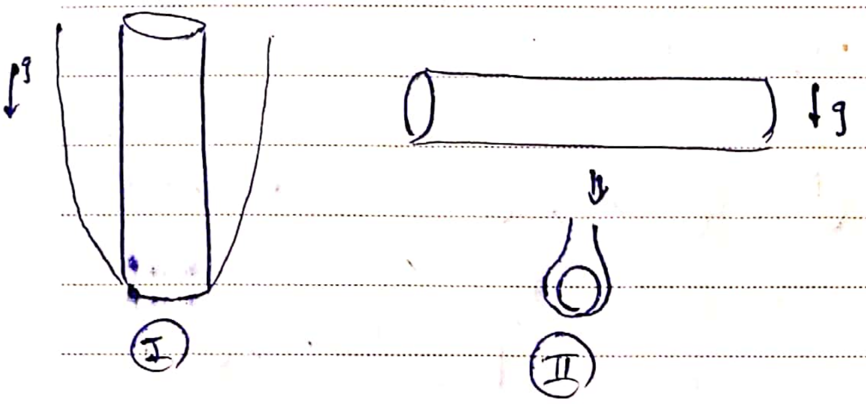
از T حدس ← $\overline{Nu}$ ← $\bar{h}$ ← T آمد

Subject:
Date


حالا دمای نقطه وسط صفحه را داریم اما دمای نقطه بالای صفحه برایمان مهم است.

$$(T_{s(x)} - T_{\infty}) = 1.15\left(\frac{x}{L}\right)^{\frac{1}{5}}(T_{s\frac{L}{2}} - T_{\infty})$$

* اگر استوانه عمودی داشته باشیم:



در حالت (I) انگار یک صفحه داریم که خوانده‌ایم.

if $\frac{D}{L} > \frac{35}{Gr^{\frac{1}{4}}}$ → می‌توان فرض صفحه کرد

معادل از صفحات لایه‌ای است

اگر این شرط برقرار باشد برای لایه مرزی نقص‌هایی است
تخمینات ما برای صفحه است.

برای صفحه عمودی یک فرمول سراسری دیگر هم هست (هم برای لایه‌ای و هم آشفته)

$$\overline{Nu}_L = \left[0.825 + \frac{0.387\, Ra_L^{\frac{1}{6}}}{\left[1+\left(\frac{0.492}{Pr}\right)^{\frac{9}{16}}\right]^{\frac{8}{27}}}\right]^2$$

(الف)
برای هم $Ra_L$ های کم و هم زیاد کاربرد دارد، اما خیلی هم وابسته به $Ra$ و هم به $Pr$ به طور جداگانه مطلب!
این است که برحسب $Pr$, $Gr$ رفت

PAPCO

* رابطه دیگری هم هست که نمی‌گوییم. هر کدام را استفاده کنید درست است (در کتاب هست آن را)

Subject :
Date

حال وارد بحث سیلندر افقی می‌شویم.

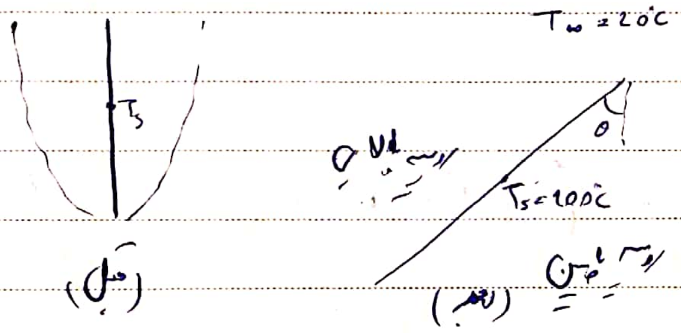
سایز D است چون لوله قطر داره

$$Nu_D = \left[0.6 + \frac{0.387\,Ra_D^{\frac{1}{6}}}{\left[1+\left(\frac{0.559}{Pr}\right)^{\frac{9}{16}}\right]^{\frac{8}{27}}}\right]^2 \quad ; \quad Ra_D < 10^{12}$$

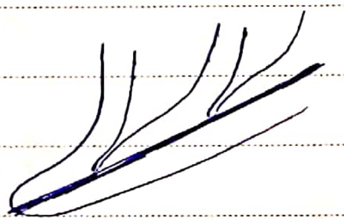
$Nu_D = C\,Ra_D^m$ ، m و C از جدول پیدا کنید

* کره در کتاب ، اصول اولیه همه این‌ها مثل هم حل ویژگیک است

* حال اگر صفحه را کج کنیم چی؟

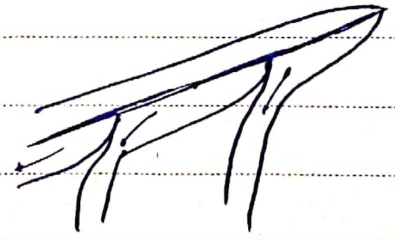



* در رویه بالایی جدایش لایه مرزی انجام می‌گیرد.



* در رویه پایینی $Gr_x = \frac{g\cos\theta\,\beta(T_s - T_\infty)x^3}{\nu^2}$

* البته رویه بالایی دیگه معتبر نیست! (از دلیل هم ارائه است)
برای رویه پایینی فقط کافیه $\cos\theta$ اعمال شود

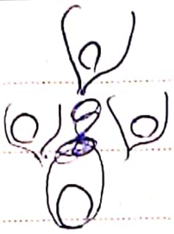


* برای $T_s < T_\infty$ هم مشابه داریم:



Scanned by CamScanner

Subject:
Date



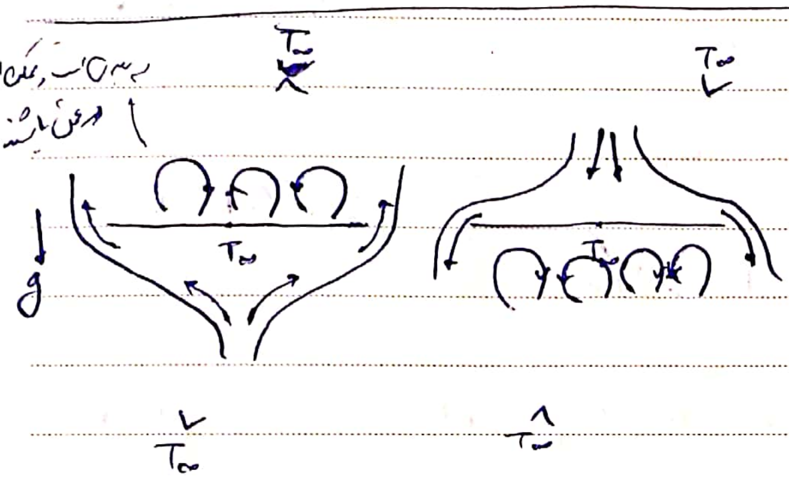
* وقتی حالت ناپایدار زیگزاگی می‌شود ⇐ لایه مرزی منهدم می‌شود

تا فرو ریزد بعد حالت استال

وقت بهتر انجام می‌شود

که پایداری دیگر ندارند

حالت چهارم




اگر صفحه سرد باشد چه؟ (وارون صفحه گرم)

* اگر صفحه بزرگ باشد جریان زیرین با اندکی می‌گیرد چون راه فرار ندارد و گرم می‌شود تا پایین سیال سرد.

(رابطه)

$$\begin{cases} Nu_L = 0.54\, Ra_L^{\frac{1}{4}} & 10^4 \leq Ra_L \leq 10^7 \\ Nu_L = 0.15\, Ra_L^{\frac{1}{3}} & 10^7 \leq Ra_L \leq 10^{11} \end{cases}$$

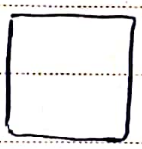
سطح بالای صفحه داغ یا سطح پایینی صفحه سرد

و $L = \frac{A}{P}$ (مساحت صفحه / محیط)

$$Nu_L = 0.27\, Ra_L^{\frac{1}{4}} \qquad 10^5 \leq Ra_L \leq 10^{10}$$

سطح پایینی صفحه داغ و سطح بالای صفحه سرد

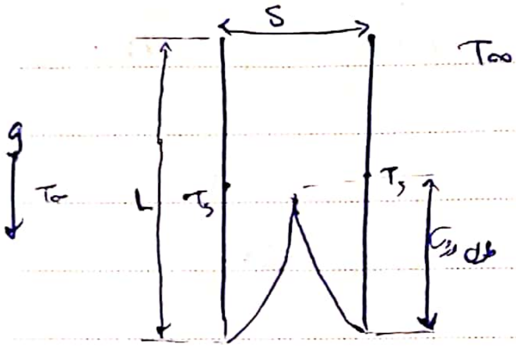
* حال می‌خواهیم برای یک شکل ساده مثل یک مکعب h را توسط ... به دست آوریم.



⟶ در صفحه افقی و صفحه عمودی

PAPCO

Scanned by CamScanner




در صفحه عمودی بی نهایت :

(بدون دیواره را دانیم)

* اگر دو صفحه کوتاه باشند اصلاً تاثیری بر هم نمی گذارند.

$\frac{L}{S} < 0.01\,Ra_s \longrightarrow$ بین صفحه هوا هست

$\frac{L}{S} > 0.1\,Ra_s \longrightarrow$ مسئله کاملاً توسعه یافته

} در راستای L که پیش رویم

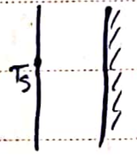
مثل قبل روابط بزرگینک را باید بزنیم و برای حالت خاص حل کنیم.

$T_s = cte$ ; (از دید L)

$$\overline{Nu}_s = \left[\frac{C_1}{\left(Ra_s \frac{S}{L}\right)^2} + \frac{C_2}{\left(Ra_s \frac{S}{L}\right)^{\frac{1}{2}}}\right]^{-\frac{1}{2}}$$

| | $C_1$ | $C_2$ |
|---|---|---|
| (I) $T_s = T_{s_1} = T_{s_2}$ | 576 | 2.87 |
| (II) $T_{s_1}$ , $q''_2 = 0$ | 144 | 2.87 |
| $q''_1 = q''_2 = q''$ | 48 | 2.51 |
| $q''_1 = 0$ , $q''_2 = cte$ | 24 | 2.51 |

(II) →




حال شار داریم

$$q'' = \bar{h}\,(T_s - T_\infty)$$

$Q = \bar{h}\,(2A)\,(T_s - T_\infty)$ (I) , $Q = \bar{h}\,(A)\,(T_s - T_\infty)$ (II)

شرط وجود شار ثابت :

در صورتی که شار ثابت باشد

$$Nu_{s,L} = \left[\frac{C_1}{Ra^*_s \frac{S}{L}} + \frac{C_2}{\left(Ra^*_s \frac{S}{L}\right)^{\frac{2}{5}}}\right]^{-\frac{1}{2}}$$

$$Ra_s = \frac{g\,\beta\,(T_s - T_\infty)\,S^3}{\nu\,\alpha}$$

$$T_s - T_\infty = \frac{q'' S}{k}$$ (از طرف دیگر)

چرا طول متغیر است؟

$$Ra^*_s = \frac{g\,\beta\,(q'')\,S^4}{k\,\alpha\,\nu}$$

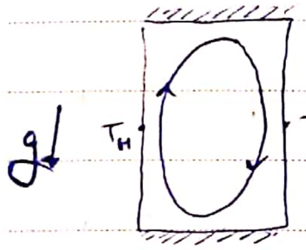
T خودش مجهول است! ← باید سعی رفع آن کنیم!

PAPCO

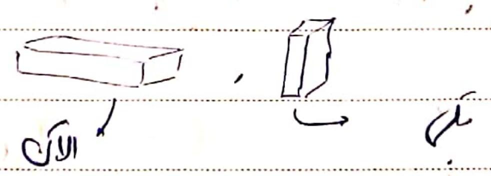
Scanned by CamScanner

با داشتن h اشتباهی : $q'' = \bar{h}_L (T_{s_L} - T_\infty) \Rightarrow T_{s_L}$

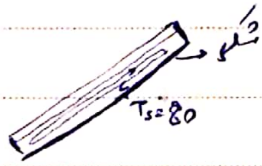
★ بحث جریان داخلی و خارجی تا همین حد خوب است. بحث بعدی (محفظه) Cavity است




محفظه ( Cavity ) : اگه این Duct (...)



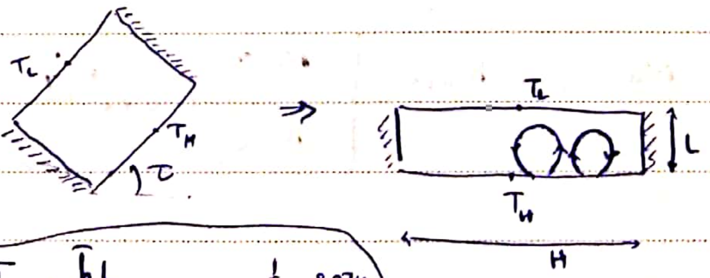
★ فرض کنید یه پارکینگ طولی از یه دیواره گرم طول کشیده جریانی را نشان می دهد (در مورد شکل)




در شکل محفظه، پنجره دو جداره / کالکتورهای خورشیدی :

اما متفاوت زیرا می خواهیم گرما از طریق شیشه خارج و هوای بیرون منتقل کند.

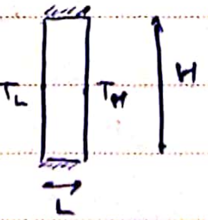
★ اگر کج شود نتیجه تغییر کند :




τ = 0°

$\tau = 0° \Rightarrow \overline{Nu}_L = \frac{\bar{h}L}{k} = 0.069\, Ra_L^{\frac{1}{3}}\, Pr^{0.074}$

$3\times10^5 < Ra_L < 7\times10^9$




τ = 90°

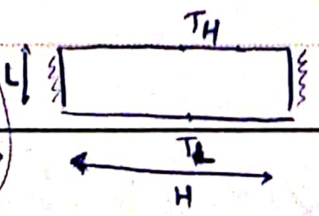
$\tau = 90° \Rightarrow Nu_L = 0.046\, Ra_L^{\frac{1}{3}}$

$1 < Pr < 20\ ;\ 1 < \frac{H}{L} < 40\ ;\ 10^6 < Ra_L < 10^9$

$\tau = 180° \Rightarrow \overline{Nu}_L = 1$ (Conduction) (کاندکشن)

$\tau = 90° \Rightarrow \overline{Nu}_L = 0.22 \left(\frac{Pr}{0.2 + Pr} Ra_L\right)^{0.28} \left(\frac{H}{L}\right)^{-\frac{1}{4}}$

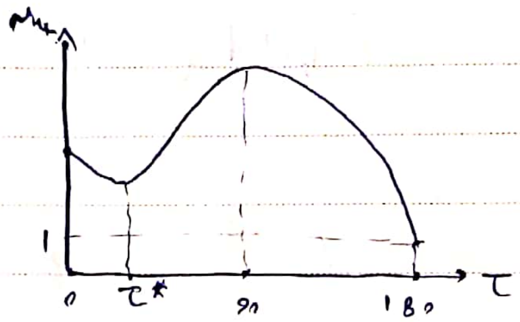
$2 < \frac{H}{L} < 10\ ;\ 10^3 < Ra_L < 10^{10}$




τ = 180°

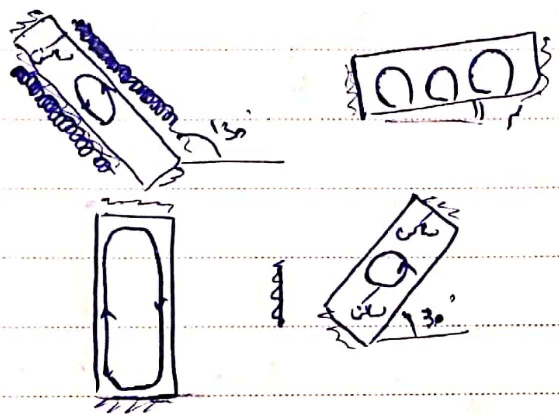
PAPCO

Scanned by CamScanner




حال در تغییر τ از ۰ تا ۱۸۰ را بررسی کنیم.

* از ۱۸۰ که به سمت ۹۰ می‌رویم بیشتر می‌شود زیرا کار کشش اضافه می‌شود.




* در ۹۰ ماکزیمم است زیرا کار کشش عالی است.

* از ۹۰ به سمت ۰ می‌رویم حلقه درونی کوچک می‌شود و انتقال حرارت کمتر می‌شود تا جایی که جا برای حلقه‌های دیگر باز می‌شود.

حال در زوایای مختلف انتقال حرارت را بررسی کنیم:

$180° \geq \tau \geq 90°$ $\qquad \overline{Nu}(\tau) = 1 + \left[\overline{Nu}(90°) - 1\right] |\sin\tau|$

$\tau^* < \tau < 90°$ $\qquad \overline{Nu}(\tau) = \overline{Nu}(90°)\left(\sin(\tau)\right)^{\frac{1}{4}}$

$0 < \tau < \tau^*$ $\qquad \overline{Nu}(\tau) = \overline{Nu}(0)\left[\frac{\overline{Nu}(90°)}{\overline{Nu}(0)}\left(\sin\tau^*\right)^{\frac{1}{4}}\right]^{\frac{\tau}{\tau^*}}$

* و $\tau^*$ هم به نسبت طول و عرض بستگی دارد.

| $\frac{H}{L}$ | 1 | 3 | 6 | 12 | >12 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\tau^*$ | 25 | 53 | 60 | 67 | 72 |

* نکته آخر: بازه‌ها [illegible] می‌شوند که پیوسته شود.

جلسه ۲۲ ام

* وقتی $\frac{Gr}{Re^2} \approx 1$ باشد ← هم جریان آزاد کانوکشن هم اجباری

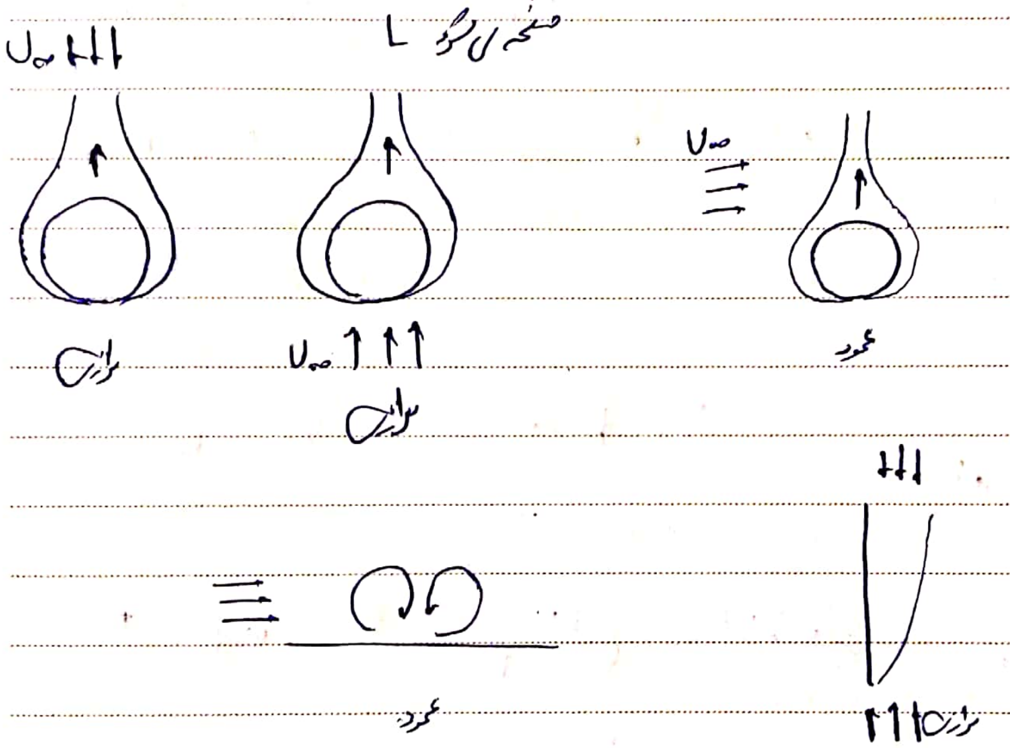
هم راستا هم جهت +
هم راستا خلاف جهت −
} ; وقتی هم راستا باشند ; $n = 3$ → $Nu^n = Nu_F^n \pm Nu_N^n$

; وقتی عمود بر هم باشند ; $n = 4$ (اثرات جریان خارجی)

* رابطه برای اشکال ساده بررسی شده است ← دایره باشد مشخصه D

صفحه باشد مشخصه L

چند مثال :




برای صفحه :

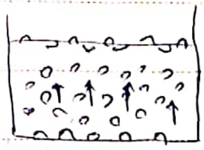
* کانوکشن تمام شد ← مبحث جوشش و میعان



Scanned by CamScanner

Subject:
Date

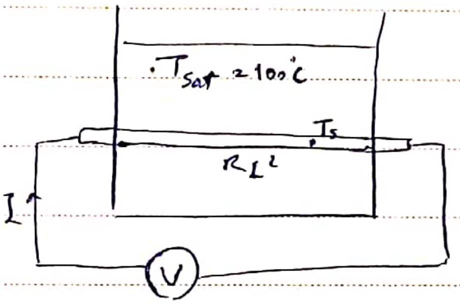
# جوشش و میعان (Boiling - Condensation)



* جوشش بین سطح جامد و مایع اتفاق می افتد

* وقتی دمای مایع به دمای اشباع در فشار محیط برسد جوشش رخ می دهد.

اولین کسی که جوشش کار کرد Nukiyama بود. یک ظرف آب را در فشار محیط به دمای 100°C رساند




بعد یک استوانه را درون سیال کرد و جریان I را عبور داد.

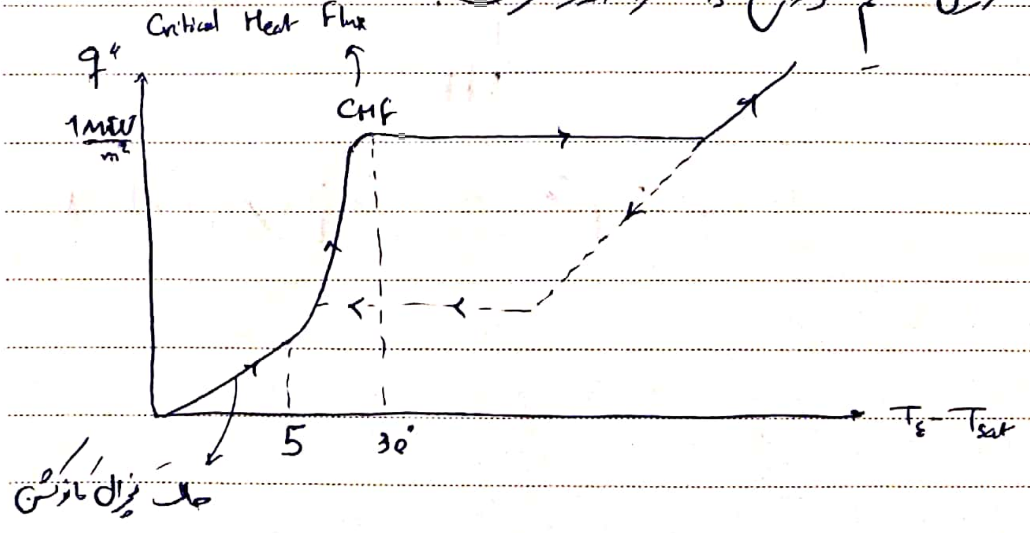
و منتقل $RI^2$ به داخل آب.

پس : $\uparrow Q = hA(T_s - T_{sat})$

$q'' = h(T_s - T_{sat})$ ⟸

افزایش پیدا کند

از روی مقاومت حرارتی سیم المان $T_s$ را اندازه گرفت.



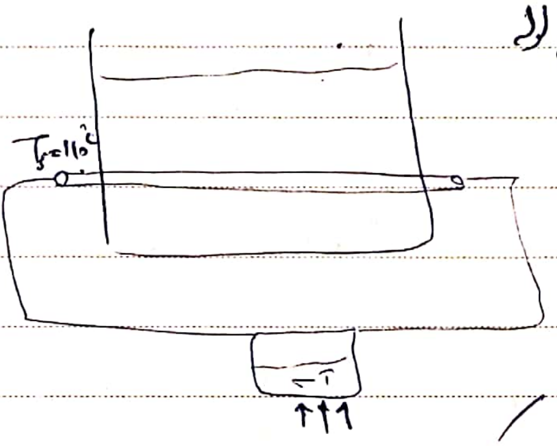

چون $T_s - T_{sat}$ تغییر چندانی ندارد

وقتی به ... می رسید اختلاف دما بیشتر شد هم نمی شود بعد آمد شار را اینجا کرد و سیم ترکید
بعد آمد نتوانست ... آورد بعد شار را کم کرد و نقش تغییر کرد



Scanned by CamScanner

سوال: شرط زیر دما ثابت برقرار شود ← چگونه ایجاد کنیم؟ از درون لوله مارپیچ بخار اشباع عبور دهیم

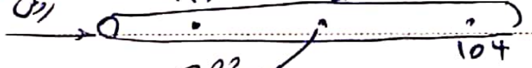



در این حالت به دلیل phase change در سطح داخل لوله

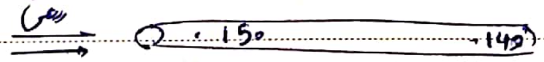
دما ثابت می ماند

حالت دیگر این است که مثلاً روغن ۱۵۰ درجه

بریزیم درون لوله ← روغن درون لوله دمایش تغییر می کند




از طرفی طبق $Q = \dot{m} C_p (T_s - T_{sat})$ برای اینکه Q زیاد است $\dot{m}$ روغن را زیاد کرد

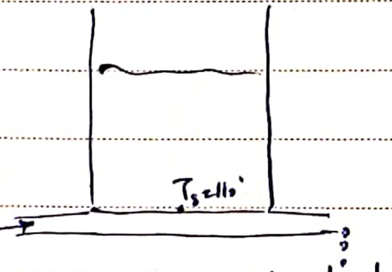



برقرار می شود $T_s \cong T_{sat}$

* حال اگر حالا بخار اشباع را از زیر سطح ظرف عبور کند

حال برای اینکه بفهمیم چقدر Q به عنوان ورودی داده ایم

می توانیم حجم مایع میعان شده در مخزن کوچک را اندازه گرفت



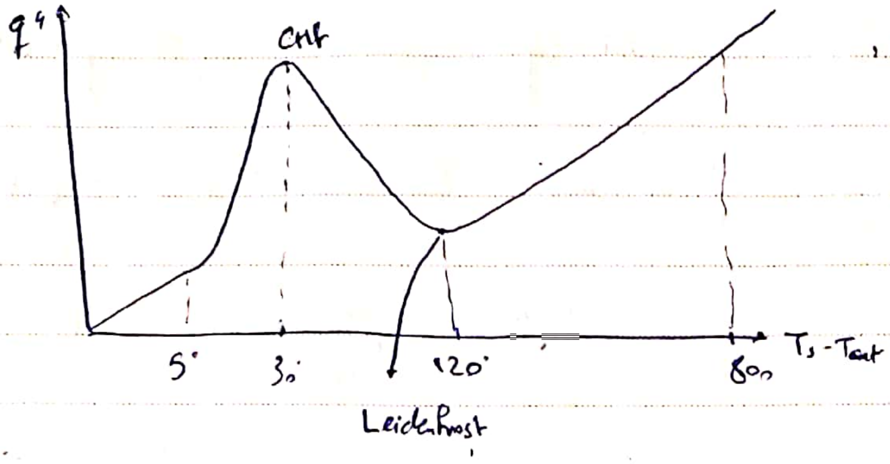

$$Q = \dot{m}_{\text{میعان}} h_{fg}$$

بعد مقدار گرما با تغییر $T_s$ رسم می شود.



Scanned by CamScanner

نمودار q بر اساس تغییر T،

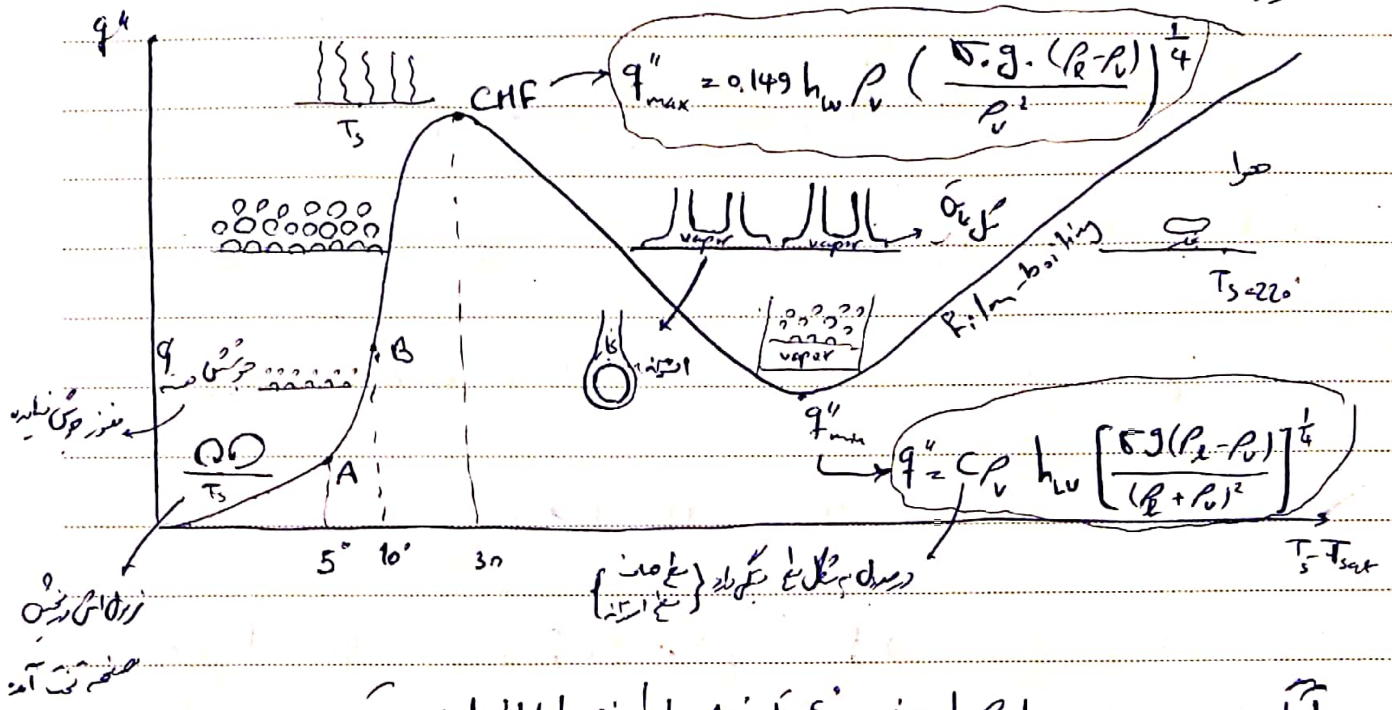



پس فرمش معلوم شد! در حالت کنترل‌مان شار است و دما متغیر. آن را رسم کردیم چون می‌خواهیم شار بیشتر شود، محدود است و دما می‌رسد به 800! همچنین وقتی شار را کم می‌کنیم روی آن خط عمودی Leidenfrost حرکت می‌کند و وقتی به Leidenfrost رسید مجبور است خودش را برساند بین 30 و 5 تا بتواند کم کند شار را.

* در صنعت چون ما با شار ثابت بیشتر از دمای ثابت سروکار داریم نقطه مطلوب بین 5 و 30 است.

چون اگر از CHF رد شویم ← اگر کمی q بیشتر شود ← دما می‌پرد به 800 و در سیستم ما فاجعه رخ می‌دهد

نمودار $q''$ بر حسب $T_s - T_{sat}$ به صورت شکل است




$$q''_{max} = 0.149\, h_{lv}\, \rho_v \left( \frac{\sigma g (\rho_l - \rho_v)}{\rho_v^2} \right)^{\frac{1}{4}}$$

$$q'' = C \rho_v\, h_{lv} \left[ \frac{\sigma g (\rho_l - \rho_v)}{(\rho_l + \rho_v)^2} \right]^{\frac{1}{4}}$$

آقای Rohsenow برای ناحیه $5°$ تا $10°$ رابطه زیر را ارائه داده است.

$$q'' = \mu_l\, h_{lv} \left[ g \frac{(\rho_l - \rho_v)}{\sigma} \right]^{\frac{1}{2}} \left( \frac{C_{p_l} (T_s - T_{sat})}{C_{sf}\, h_{lv}\, Pr_l^{\,n}} \right)^3$$

$h_{lv}$: گرمای نهان از جدول — $\sigma$: کشش سطحی سیال

* $n$ و $C_{sf}$ از جدول می‌آید، از روی سیال و سطوح مختلف را آزمایش بدست می‌آید ← هر چه سطح زبرتر باشد انتقال (بهتر)

* جوشش توسط حباب‌های حاصل عامل بهبود انتقال حرارت است.

* مطلوب است $h_{lv}$ پایین باشد ← حباب‌ها سریع‌تر تشکیل می‌شوند، جوشش هسته‌ای زودتر رخ می‌دهد

$\sigma$ پایین باشد ← حباب‌ها راحت‌تر کنده شده، سریع‌تر رشد می‌کند. شکل بالا را ایجاد کند

اگر صفحه کشش اطراف بالا باشد باعث می‌شود

$g(\rho_l - \rho_v)$ بالا باشد ← درست است



* بین B و CHF حجم حباب‌ها به صورت شکل قارچ‌ها می‌شود.

* بعد CHF حباب‌ها از سطح خارج می‌شوند.

* بین B و CHF مکانیزم انتقال حرارت به سمت تغییر فازی شیفت پیدا می‌کند

← اگر بخواهیم $q''_{max}$ بیشتر شود، ترجیح می‌دهیم $h_{lv}$ بالاتر باشد چون گرمای بیشتری جذب می‌کند

* بین CHF و $q''_{min}$ آن حباب‌های به هم پیوسته فیلم می‌شوند و به حالت فیلمی به وجود می‌آید.

* در $q''_{min}$ لایه بخار تقریباً ثابت می‌شود. تقریباً Cond. می‌شود همراه با کمی Conv.

چون یک مقاومت داریم تقریباً دما با افزایش $q''$ خطی زیاد می‌شود.

* در نقطه معروف $q''_{min}$ یا LFP (لیدن فروست) اگر سطح دمایش ثابت نگه داشته باشد قطره پایدار می‌شود

و زیرش یک لایه بخار ایجاد می‌شود که به آن film-boiling (جوشش لایه‌ای فیلمی) گفته می‌شود.

* به ازای شار مساوی ← سیالی که $h_{lv}$ بیشتری دارد نرخ تولید حباب کمتری دارد در نتیجه دیرتر به CHF می‌رسد

داشته باشد تا قبل از آن‌ها پایدار و دائماً در سطح مینیمم یا جوشش لایه‌ای

* اگر سیالی کشش سطحی بالاتری داشته باشد ← حباب‌ها دیرتر به هم پیوسته می‌شوند و لایه بخاری یا فیلم دیرتر تشکیل می‌شود

کمک تر انتقال را می‌کند

* آنالیز film-boiling اگر بخواهیم h تعریف کنیم ← $\left(\frac{q''}{T_s-T_{sat}}\right)$ ایجاد می‌کنیم و برای سادگی

مثل تقسیم بر Kuper را انجام می‌دهیم زیرا یک ظاهر دو کامل است

* نتایج film-boiling :

$$\overline{Nu}_D = \frac{\bar{h} D}{k_v} = C\left[\frac{g(\rho_l-\rho_v)\, h'_{lv}\, D^3}{\nu_v\, k_v\, (T_s-T_{sat})}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$h'_{lv} = h_{lv} + 0.8\, C_{p,v}(T_s-T_{sat})$$

$C = 0.62$ استوانه

$C = 0.67$ کره

* برای اینکه می‌دانیم چه زمانی در کدام ناحیه از نمودار هستیم. اگر سیال متفاوت باشد باید نمودار را داشته باشیم.

* اگر استوانه $800°$ داشتیم و روی آب بریزیم ← فیلم بویلینگ داریم.

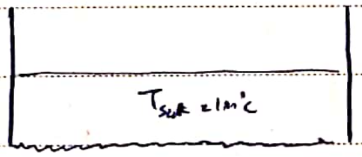
حواسمان باشد سیال به جوش نرسد

اگر خواستیم از حل نمودار نازکش استفاده کنیم.

* تمامی خواص سیال را در $T_{sat}$ حساب می‌کنیم. مگر در Film boiling برای بخار (برای گاز) $T_f = \frac{T_s + T_{sat}}{2}$ استفاده می‌کنیم. البته چون مایع را در $T_{sat}$ می‌دهیم.

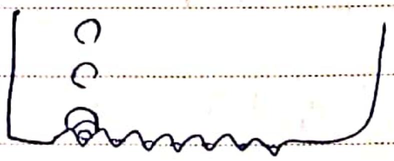
جلسه 123 ام

پارامترهای تأثیرگذار در انتقال حرارت:




1. زبری سطح

در ناحیه جوشش هسته‌ای انتقال حرارت بستگی به زبری بستگی دارد.



حباب‌ها مکرراً در این نقاط به وجود می‌آیند کم کم بزرگ می‌شوند.

2_ جاذبه ← در فضا تشکیل می‌شوند و تغییر ایجاد نمی‌شود. (در جوشش هسته‌ای) و در بالای انجام جوشش تأثیر بسیاری ندارد

چون لوله که انرژی تشکیل حباب باعث کنده شدن حباب‌ها می‌شود در اطراف لوله نمی‌بینیم

رژیم فیلم بویلینگ اگر جرم حباب‌ها نمی‌توانند جدا گردند

3_ آب گریز بودن

۴- حالت آب subcooled باشد ← CHF بالا می‌رود / در جوشش متداول افزایش می‌دهد
المان تشعشعی دهد

بطور کلی افزایش ε دارد q چون سیال سرد شده است

شکل ... Cond ... خیلی نزدیک‌تر از تشکیل حباب

* در فیلم بویلینگ نقش مقاومت اصلی سیستم در انتقال حرارت کنداکشن است. در صورتی که در هسته‌ای ناشی از تشکیل حباب است ← در هسته‌ای بوده ۱۰۰۰ برابر Force Conv. انتقال حرارت داریم.

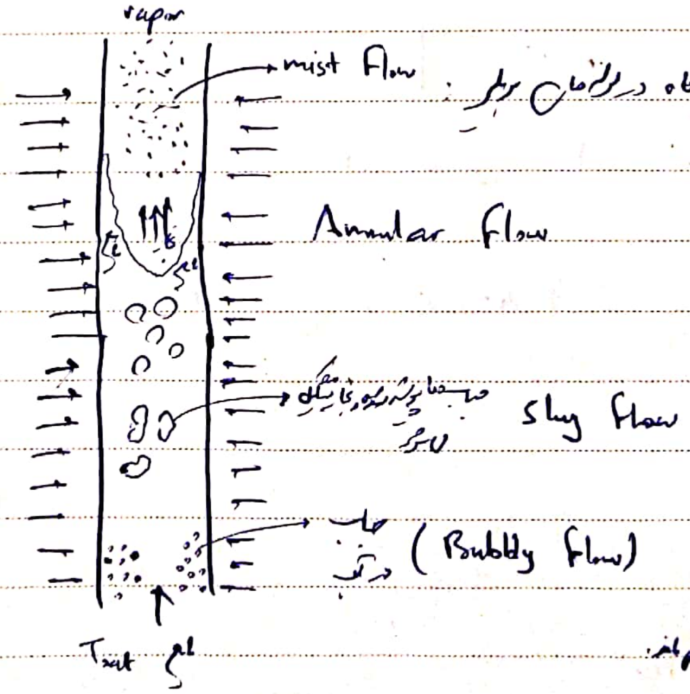
البته در بخش فیلم بویلینگ تشعشع نیز هست ←

$$\bar{h}^{\frac{4}{3}} = \bar{h}_{conv}^{\frac{4}{3}} + \bar{h}_{rad}\,\bar{h}^{\frac{1}{3}}$$

ضریب کل تقریبی ... اصلی گفته شده تشعشع نداشت.

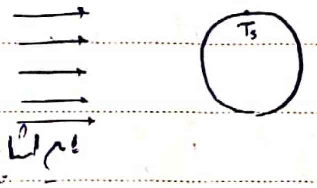
$$\bar{h}_{rad} = \frac{q''_{rad}}{(T_s - T_{sat})} = \frac{\varepsilon\sigma(T_s^4 - T_{sat}^4)}{(T_s - T_{sat})}$$

* α آب به دلیل infrared بودن نور تابیده شده برابر با ۱ است.




* دو فازی جریان: مثلاً در نیروگاه در لوله‌های بویلر:

* وقتی Force Conv. با جوشش همراه شود انتقال حرارت بسیار زیاد می‌شود ولی فیلم بویلینگ خطرناک‌تر می‌شود (مثلاً چون بویلر)
زیرا پیش از تشکیل حباب نمی‌توانیم دیواره را
حباب را و مانع تشکیل حباب ... می‌شود.



: Forced Convection Boiling

نکته: مقدار $q''_{max}$ را می‌گوییم (CHF) :

Low Velocity

$$\frac{q''_{max}}{\rho_v h_{lv} V_{\infty}} = \frac{1}{\pi}\left[1+\left(\frac{4}{We_D}\right)^{\frac{1}{3}}\right] \quad , \quad We_D = \frac{\rho V_{\infty}^2 D}{\sigma}$$

هرچه عدد We بیشتر است ← انرژی جنبشی بر کشش سطحی غلبه می‌کند و اتصال کشش سطحی قطره شکسته می‌شود

High Velocity

$$\frac{q''_{max}}{\rho_v h_{lv} V_{\infty}} = \frac{\left(\frac{\rho_l}{\rho_v}\right)^{\frac{3}{4}}}{169\pi} + \frac{\left(\frac{\rho_l}{\rho_v}\right)^{\frac{1}{2}}}{19.2\pi We_D^{\frac{1}{3}}}$$

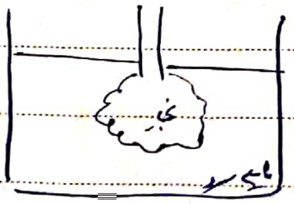
تعیین سرعت High, Low :

Low ← $\frac{q''_{max}}{\rho_v h_{lv} V} < \left[\frac{0.275}{\pi}\left(\frac{\rho_l}{\rho_v}\right)^{\frac{1}{2}}+1\right]$

High ← >

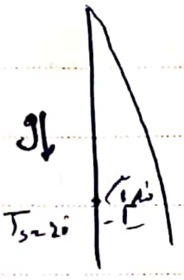
* جریان داخلی و خارجی با Boiling به طور مفصل باید در حرارت پیشرفته بخوانیم.

مرور مبحث بعدی ( Condensation ) : اگر بخار به سطحی برخورد کند که دمای آن پایین‌تر از $T_{sat}$ است حرارت را به سطح می‌دهد و سرد می‌شود.






Scanned by CamScanner




مثال اول کتاب یک سطح عمودی است؛ یک فیلم تشکیل می‌شود

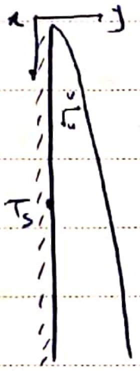
اگر سطح آب گریز باشد قطره‌ای خواهد داشت

* سطح آب گریز آب بیشتری تولید می‌کند زیرا آب دفع می‌شود و مجدداً اجازه تشکیل قطره ایجاد می‌شود.

سطح آب گریز : سطح آب دوست :

به هم می‌چسبند و فیلم ایجاد می‌شود

* مقدار آب تولید شده ربط به دبی فیلم در انتهای صفحه دارد. (صفحه آب دوست)




شکلش شبیه لایه مرزی است و باید ساده‌سازی‌های لایه مرزی را داشته باشیم.

پیوستگی $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$

y-mom: $P \approx P(x)$ → فشار در یک خط افقی برابر است

$$\text{x-mom: } u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{dP}{dx} + \nu\left(\cancel{\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) + g$$

در مقایسه با $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ صرف‌نظر شود

ناسلت هم آمد این طرف این را با جواب حل تشابهی حل کند و جواب شکل بسته ← فرض کرد ترم ناشی از شتاب صفر است

← نیروی وزن با اصطکاک برابر است. (سرعت جریان کم است)

→ آنگاه دبی جرمی آب و ضخامت نیز

توسط [illegible] (ضخامت ثابت نمی‌شود)

← لبه‌ها ثابت است

← است کنند در ادامه صفحه این جوری می‌شود.

PAPCO

Scanned by CamScanner

$$\rightarrow \frac{1}{\rho_l}\frac{dP}{dx} + \nu_l \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g = 0$$

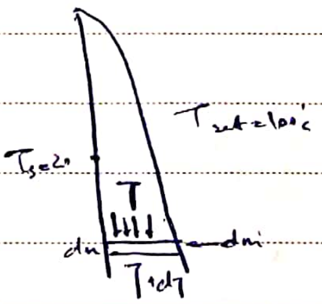
چون نسبت به راستای y فشار تغییر ندارد ← تغییر فشار در راستای x ناشی از تغییر فشار بخار است (ولی چرا)

$$\Rightarrow -\frac{\rho_v}{\rho_l} g + \nu_l \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g = 0$$

---

جلسه 25 ام (24 ام تعطیل)

ادامه مبحث




$$x_{mom}: \; u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_l}\frac{\partial P}{\partial x} + \nu_l \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g \quad (u\frac{\partial u}{\partial x} \to \simeq 0)$$

$$, \; \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \rightarrow P = P_{\infty}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\frac{g}{\mu_l}(\rho_l - \rho_v)$$

$$\xrightarrow{\int} \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{g}{\mu_l}(\rho_l - \rho_v) y + C_1 \xrightarrow{\int} \begin{cases} u = -\frac{g}{2\mu_l}(\rho_l - \rho_v) y^2 + C_1 y + C_2 \\ u(0) = 0 \\ \left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=\delta} = 0 \end{cases}$$

$$u(y) = \frac{g(\rho_l - \rho_v)\delta^2}{\mu_l}\left[\frac{y}{\delta} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^2\right]$$

حالا $\dot{m}$:

$$\dot{m} = \int \rho_l \, u(y) \, dy \, b \Rightarrow \Gamma_{(x)} = \frac{\dot{m}}{b} = \int_0^\delta \rho_l \, u(y) \, dy$$

(واحد عرض)

$$\Gamma_{(x)} = \frac{g \rho_l (\rho_l - \rho_v)\delta_{(x)}^3}{3\mu_l} \quad (*)$$



Scanned by CamScanner

$\frac{d\dot{m}}{dx} = ?$ $\xrightarrow{\text{تبخیر}}$ $dq = h_{lv}\, d\dot{m}$

برای تبدیل $dq$ به $q$ نیاز داریم که توزیع دمای لایه را در $x$ داشته باشیم. توزیع دما در این لایه را بدست آوریم و بعد ادامه دهیم

$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \rightarrow \boxed{T = C_1 y + C_2}$ توزیع خطی

چون سرعت خیلی کم است

حرارت در کوچکتر از راستای $x$

$\Rightarrow dq = k_l \frac{(T_{sat} - T_s)}{\delta(x)}\, dx\, b = h_{lv}\, d\dot{m}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{d\dot{m}(x)}{dx} = \frac{k\Delta T}{\delta h_{lv}}}$ (I)

با افزایش ضخامت $\delta$ انتقال حرارت کم می‌شود

صفحه قبل (*) $\xrightarrow{\text{مشتق}}$ $\frac{d\dot{m}}{dx} = \frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)}{\mu_l}\, \delta^2 \frac{d\delta}{dx}$ (II)

$\xrightarrow{(I),(II)}$ $k\frac{\Delta T}{\delta h_{lv}} = \frac{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)}{\mu_l}\, \delta^2 \frac{d\delta}{dx}$

$\Rightarrow \int_0^{\delta} \delta^3\, d\delta = \int_0^{x} \frac{k_l \mu_l \Delta T\, dx}{g\rho_l(\rho_l - \rho_v) h_{lv}} \rightarrow \delta(x) = \left[\frac{4k_l\mu_l \Delta T\, x}{g\rho_l(\rho_l - \rho_v) h_{lv}}\right]^{\frac{1}{4}}$

$\delta$ وابستگی به $x$ به توان $\frac{1}{4}$ رشد می‌کند

$\delta$ را داریم ← $\dot{m}$ را داریم و $\bar{m}$ را داریم $\dot{q} = k_l\frac{(T_s - T_{sat})}{\delta}$ در طول

* مسئله بعدی در صفحه انتقال حرارت تعریف کرده


Scanned by CamScanner

$q'' = h_x (T_{sat} - T_s) \Rightarrow k_l \frac{\Delta T}{\delta_{(x)}} = h_x \Delta T \Rightarrow h_x = \frac{k_l}{\delta_{(x)}}$

$$\Rightarrow h_{(x)} = \left[ \frac{g \rho_l (\rho_l - \rho_v) k_l^3 h_{fg}}{4 \mu_l \Delta T x} \right]^{\frac{1}{4}}$$

* h میانگین برای کل سطح :

$\bar{h} = \frac{1}{L} \int_0^L h(x) dx \Rightarrow \bar{h}_L = \frac{4}{3} h(L)$

در جابجایی آزاد داشتیم $\frac{4}{3}$ برابر

در حالت کندانس داشتیم $\frac{4}{3}$ ام

حال نسلت را به تعریف کرد :

$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h}_L L}{k_l} = 0.943 \left[ \frac{\rho_l (\rho_l - \rho_v) g h_{fg} L^3}{\mu_l k \Delta T} \right]^{\frac{1}{4}}$$

$Q = \bar{h} L b (T_{sat} - T_s) = \dot{m} h_{fg}$ : $h_{fg}$ ، Q با کل $\dot{m}$ (L) ← کل آب دارد میچکد

* فرض کردیم T خطی است ← اما در خود سیال کندانس داریم ← اصلاح می کند (با فرض اینکه سیال گرمای نهان را جذب می کند)

→ در راستای x تغییرات داریم ← $h'_{fg} = h_{fg} + 0.68 C_{p_l} (T_{sat} - T_s)$

در رابطه $Nu_L$ به جای $h_{fg}$ ، $h'_{fg}$ قرار می‌دهیم.

* اگر هم رابطه ثابت باشیم که شبیه Film boiling است دو تا چیز عوض می‌شوند.

$T_s = 300$ | آب | $T_{sat} = 100$ اگر فکر که صفحه را داریم و با حل مسأله که این آیا کندانس شدن درست است

اینها را درست آورده ایم و شرایط مرزی :

$4(0) = 0$

$\mu \frac{\partial u}{\partial y}\Big|_l = \mu \frac{\partial u}{\partial y}\Big|_v$

PAPCO

Scanned by CamScanner

← گفتیم شرط مرزی لازم داریم که انتگرال ما بازه را درک کند. اما چون ریزش مایع کم است سرعت در سمت راست را صفر نگرفتیم.

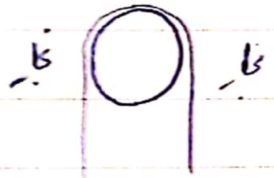
$$\left\{\begin{array}{l} u(0)=0 \\ u(\delta)=0 \end{array}\right\}$$ شرایط مرزی ←

* در حالت معادله مومنتوم برداشتیم گفتیم این بخار را درگیر نمی‌دهد که لایه تغییر دهد! اما:

$\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=\delta}$ = [illegible] $\left.\frac{\partial u}{\partial y}\right|_{y=\delta}$ ; $=0$ , $\approx 0$ کم

← راهی که برای معادله نوشتیم برای جوش فیلمی بردیم تا ۳۰٪ خطا نتیجه می‌دهد.

اگر برای استوانه حل کنیم:

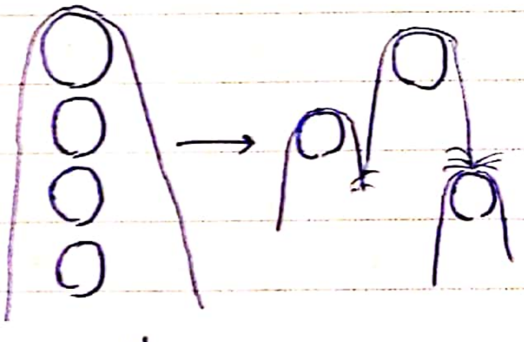



$$\bar{h}_D = C\left[\frac{g\rho_l(\rho_l-\rho_v)k_l^3 h'_{lv}}{\mu_l \Delta T D}\right]$$

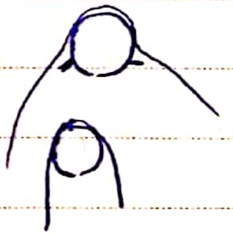
استوانه $C=0.729$ ، کره $C=0.826$ .

← اینجا هم مثل در film-boiling از $h'_{lv}$ ها منظم استفاده می‌کنیم و $h_{lv}$ را به صورت نمی‌دارد

* اگر استوانه‌ها را پشت هم بگذاریم:



or



(مرکز نداشتیم)

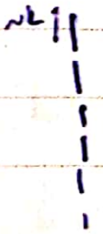
چون بخار آزادی ما
بیشتر شد

$$\bar{h}_{D_N} = \bar{h}_D N^{-\frac{1}{4}}$$

تعداد پشت هم

ضریب انتقال حرارت کلی کم شد!

← برای صفحه هم داریم:

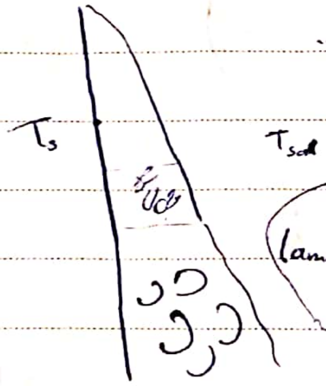


$$\bar{h}_{L_N} = \bar{h}_L N^{-\frac{1}{4}}$$



Scanned by CamScanner

در طول صفحه که ضخامت مایع بیشتر می‌شود کم کم جریان رژیم آن تغییر می‌دهد.




فرمول تجربی:

laminar لامینار: $\frac{\bar{h}\left(\frac{\nu_l^2}{g}\right)^{\frac{1}{3}}}{k_l} = 1.47 Re_\delta^{-\frac{1}{3}}$ , $Re_\delta = \frac{4\Gamma}{\mu_l} \le 30$

همان فرمول جلسه قبل فقط ساده نوشته شده است.

موجی (wavy) , $30 < Re_\delta < 1800$

$$\frac{\bar{h}_l\left(\frac{\nu_l^2}{g}\right)^{\frac{1}{3}}}{k_l} = \frac{Re_\delta}{1.08 Re_\delta^{1.22} - 5.2}$$

توربولانس , $Re_\delta > 1800$

$$\frac{\bar{h}_l\left(\frac{\nu_l^2}{g}\right)^{\frac{1}{3}}}{k_l} = \frac{Re_\delta}{8750 + 58 Pr^{-0.5}(Re_\delta^{0.75} - 253)}$$

* خود h تعیین می‌کند q چقدر است که تابع اصلی $\dot m$ است. (انتقال جرم سمت راست)

از طرفی:

$$\bar{h}_L = \frac{\dot m h'_{fg}}{A(T_{sat}-T_s)} = \frac{Re_\delta \mu_l h'_{fg}}{4Lb(T_{sat}-T_s)} \quad (*)$$

اول برای این رابطه یک $Re_\delta$ حدس می‌زنیم و قرار می‌دهیم و $\bar{h}_L$ به دست آمده از این رابطه را در فرمول لامینار قرار می‌دهیم و $Re_\delta$ را به دست می‌آوریم و اگر صدق کرد نزدیک می‌شیم و درست است.

اگر در laminar صدق نکرد و $Re_\delta$ بزرگتر از ۳۰ شد ← باید $Re_\delta$ جدید را در آن رنج حدس بزنیم و معادله (*) را با معادله آن ناحیه حل می‌کنیم.

* اگر لنکاپ ← δ را داریم معادله اش را

اگر سطح ما سیال گریز (آب گریز برای سطح مسی اگر سیال آب باشد) باشد ←

Dropwise Condens.

سطح مسی بخار آب: $\bar{h}_{dc} = 51104 + 2044\, T_{sat}$ , $22\,°C < T_{sat} < 100\,°C$

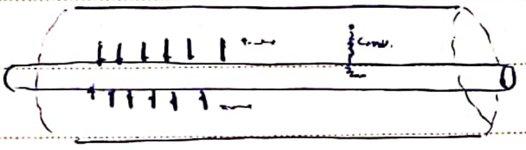
$\left(\frac{W}{Km^2}\right)$ $\bar{h}_{dc} = 255510$ , $T_{sat} > 100\,°C$

20000 ... با تغلیظ سیال 500000 است بالا ← خیلی زیاد دیدیم که ماکس 150 بود
آن هم فقط با ترکیب مناسب است!

* * *

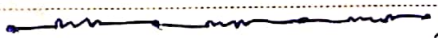
# مبدل حرارتی

تبادل حرارت سیال سرد و گرم (تماس را مبدل برقرار می‌کند)

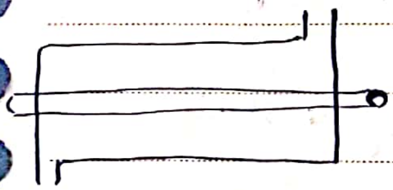


ساده‌ترین شکل Parallel Tube است.

این کم قدیمی Concentric Tube است




معروف‌ترینش Shell and Tube است (پوسته (مخزن) و لوله)



1 Shell and 1 Pass

محدودیت مبدل طراحی تعداد پاس را معین می‌کند
(هزینه و محدودیت‌ها)

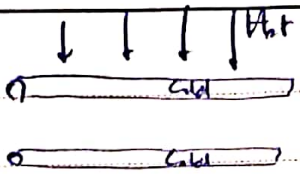
بهترین حالت طول بی‌نهایت لوله‌ها است.

1 Shell and 2 Pass

PAPCO

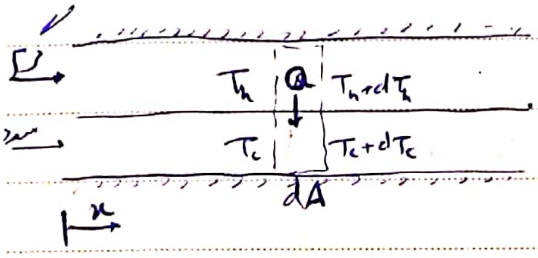
Scanned by CamScanner

Subject:
Date




حالت دیگر Cross flow است مثل رادیاتور ماشین:

ساده ترین شکل از نظر تحلیل کردن سه جریان موازی است




حل تحلیلی مبدل موازی یک:

$$dq = \dot m_h C_{p_h}(-dT_h) = -C_h\, dT_h$$

$$dq = \dot m_c C_{p_c}(dT_c) = C_c\, dT_c$$

C: Heat capacity rate

$$\Rightarrow d(T_h - T_c) = -dq\left(\frac{1}{C_h} + \frac{1}{C_c}\right)$$

$$\Rightarrow d(\Delta T) = -dq\left(\frac{1}{C_h} + \frac{1}{C_c}\right) \quad (I)$$

از انتقال حرارت: $dq = U(T_h - T_c)\,dA \quad (II)$ , $U = (R_{conv,out} + R_{cond,wall} + R_{conv,in})^{-1}$

$$\xrightarrow{(I),(II)} d\Delta T = -U\Delta T\, dA\left(\frac{1}{C_h} + \frac{1}{C_c}\right)$$

$$\xrightarrow{\text{فرض ثابت U مستقل از x}} \int_{\Delta T_{in}}^{\Delta T_{out}} \frac{d\Delta T}{\Delta T} = \int_0^A U\left(\frac{1}{C_h} + \frac{1}{C_c}\right) dA$$

in : 1
out : 2

$$\Rightarrow \ln\frac{\Delta T_{out}}{\Delta T_{in}} = -UA\left(\frac{1}{C_h} + \frac{1}{C_c}\right)$$

$$\ln\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} = -UA\left(\frac{T_{h_1} - T_{h_2}}{Q} + \frac{T_{c_2} - T_{c_1}}{Q}\right)$$

از انرژی: $Q = C_c(T_{c_2} - T_{c_1})$ (III)

$Q = C_h(T_{h_1} - T_{h_2})$

P4PCO

$$Q = UA \frac{\Delta T_{out} - \Delta T_{in}}{\ln\left(\frac{\Delta T_{out}}{\Delta T_{in}}\right)}$$ ← فرمول Q؛ رابطه زیر .Conv

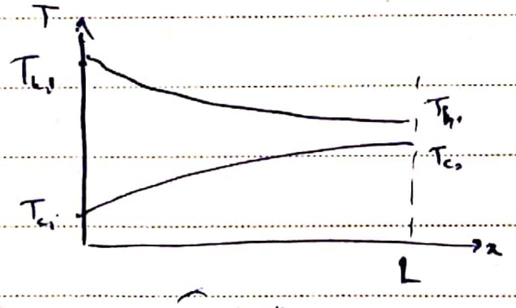
$$\begin{cases} Q = C_c (T_{c\,out} - T_{c\,in}) \\ Q = C_h (T_{h\,in} - T_{h\,out}) \end{cases}$$ ← فرمول Q هم رابطه رو بنویسید

چون ۳ فرمول داریم برای طول مبدل نمی‌توانیم بیشتر از ۳ مجهول داشته باشیم. معمولاً Tout ها است. یکی هم یا مساحت یا U را ...

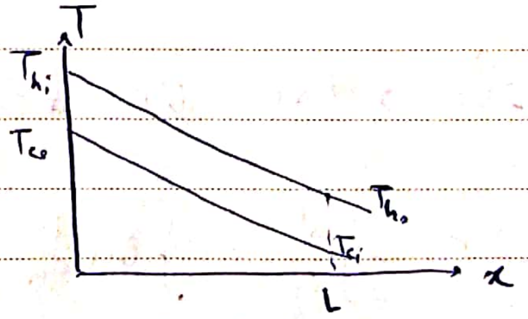
* در حالتی که جریان‌ها هم جهت: $\Delta T_{in} = T_{h_i} - T_{c_i}$ ، $\Delta T_{out} = T_{h_o} - T_{c_o}$

* در حالتی که جریان‌ها خلاف جهت: $\Delta T_{in} = T_{h_i} - T_{c_o}$ ، $\Delta T_{out} = T_{h\,out} - T_{c\,in}$

← به ازای Q ثابت، دمای ورودی یکسان، U ثابت ← A خلاف جهت کمتر ← اقتصادی‌تر است!
(در مبدل خروجی‌ها یکی)




هم جهت




خلاف جهت
(مطلوب)
مورد استفاده

PAPCO

Scanned by CamScanner

حال 1 Shell 2 Pass را در نظر بگیرید. اگر طول لوله را کلاً 1 Shell 1 Pass بگیریم

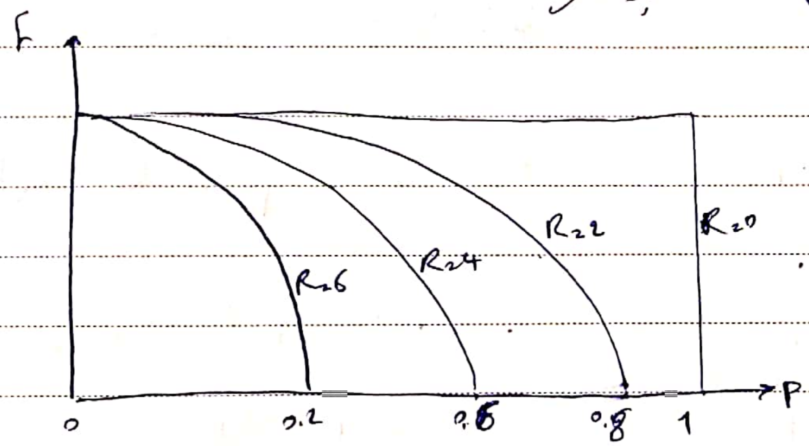
انتقال حرارت کمتر از 1 Shell 2 Pass است زیرا در حالت 2 Pass نصف لوله خلاف جهت است!

$$Q = F\,U\,A\,\frac{\Delta T_{out}-\Delta T_{in}}{\ln\frac{\Delta T_{out}}{\Delta T_{in}}}$$

LMTD (Log mean Temp Diff)

F: ارفاق نسبت به طول دراز کاملاً خلاف جهت

حالا هم نسبت F با پارامترهای مختلف را رسم می‌کنیم




جلسه ۲۹ ام

مثلاً:

tube

$$P = \frac{t_o - t_i}{T_i - t_i}$$

سیال داخلی

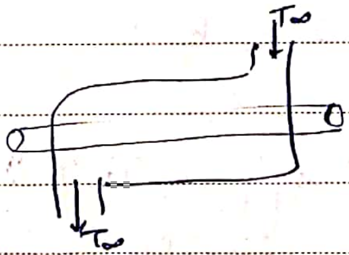
$$R = \frac{T_i - T_o}{t_o - t_i}$$

if R or P = 0 → F = 1 → F مثل این است که اگر حالت دوفازی باشد

که برای پخش فرقی ندارد

که این هم جهت است یا ... خلاف جهت

مانند یک لوله که به حالت ...




* رابطه Q بالا صرفاً در صورتی که Force Conv. که همه جا ... صادق است.



Scanned by CamScanner

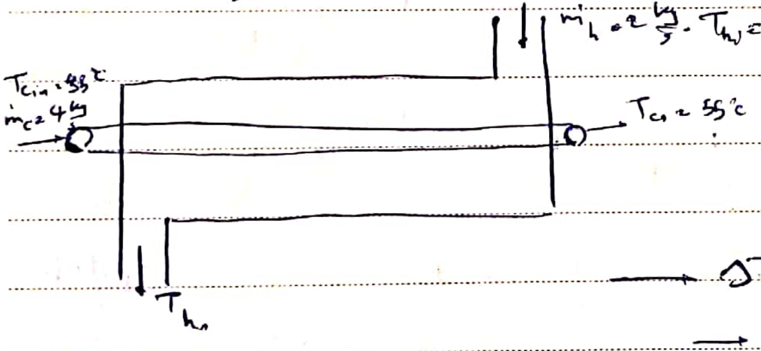
مثال: آب با دبی $4\ \frac{kg}{s}$ از $35°$ تا $55°$ درجه در یک مبدل پوسته-لوله گرم می‌شود. در سمت پوسته آب به عنوان سیال گرم با دبی $2\ \frac{kg}{s}$ وجود دارد که با دمای $95°C$ وارد مبدل می‌شود. ضریب کل انتقال حرارت $U = 1420\ \frac{W}{m^2 °C}$ و سرعت متوسط آب در لوله‌ها با قطر $20\ (mm)$ معادل $0.4\ \frac{m}{s}$ می‌باشد.

اگر سرعت بیشتر از $0.4$ شود درون لوله افت فشار زیاد می‌شود.

به دلیل محدودیت فضا طول لوله نباید از $2.5\ m$ بیشتر باشد.

تعداد مسیر گذر لوله؟ تعداد لوله‌ها؟ طول لوله‌ها؟

حل: چون نمی‌دانیم چه تعداد مسیر گذر لوله حیاتی است آن را برابر یک در نظر می‌گیریم و ادامه می‌دهیم.




$\longrightarrow \dot m_c C_{p_c} \Delta T_c = \dot m_h C_{p_h} \Delta T_h$

$\Rightarrow C_{p_c} \approx C_{p_h}$ (تغییر چندانی ندارد)

$\longrightarrow \Delta T_h = \frac{4\times(55-35)}{2} = 40°C$

$\longrightarrow \boxed{T_{ho} = 55°C}$

سیال سرد: $Q = 4\times 4182(55-35) = 334.6\ (kW)$

حال برای یافتن طول لوله از A استفاده می‌کنیم در رابطه $Q = FUA\Delta T_{LMTD}$

مبدل لوله‌ای خلاف جهت $\rightarrow F=1 \Rightarrow \Delta T_{lm} = \frac{(95-55)-(55-35)}{\ln\left(\frac{95-55}{55-35}\right)} = 28.85°$

در رابطه $\Rightarrow A = \frac{334.6\times 10^3}{1420\times 28.85} = 8.168\ (m^2) \longrightarrow$ با این شرایط طول لوله برای یک پاس است



Scanned by CamScanner

Subject:
Date



با داشتن قطر لوله و مساحت ← طول لوله بدست می‌آید. اما سرعت نباید بیش از 2.4 گردد.

$\dot{m}_c = 4\ (\frac{kg}{s}) = n \rho u A \rightarrow n = 32$ ← محدودیت داریم

(1 pass, 2.4, $\pi (0.02)$)

پس برای حالت 1 لوله با 32 لوله عبور است ← اگر فاصله کافی داشته باشد فرض صحیحی است.

$n \pi d L = A \Rightarrow 32 \times \pi \times 0.02 \times L = 8.168 \Rightarrow L = 4.064\ m > 2.5\ m$

ابعاد بزرگ است. چکار کنیم؟ پس اگر تعداد لوله ما را افزایش دهیم ← البته سرعت کم می‌شود و U نیز تغییر می‌کند که ممکن است نباید.

← دو پاسه کنیم، چون لوله خم شده یک ضریب F در Q (رابطه LMTD) ضرب می‌شود اما $T_{in}$ و $T_{out}$ و ... اینها تغییر نمی‌کنند.

$$R = \frac{T_i - T_o}{t_o - t_i} = \frac{95-55}{55-35} = 2 \quad (\text{shell} / \text{tube})$$

$$P = \frac{t_o - t_i}{T_i - t_i} = \frac{55-35}{95-35} = 0.33$$

$F = 0.88$ ← از نمودار 2 Pass & 1 Shell

$$\Rightarrow A = \frac{A_{old}}{F} = 9.28 \xrightarrow{\text{مثل قبل}} L = 4.6\ m$$

← چون دو پاسه است ← طول هر پاس $= 2.3\ m$

$2.5 > 2.3 =$ طول هر پاس ✓

* افت فشار نیز مهم است! اما ما در نظر نگرفتیم این موضوع را. ایده‌آل‌ترین حالت انتقال حرارت ← بیشترین طول لوله است ← اما هیچ چیزی نمی‌گذارد این ایده پیاده شود. (اما جا / هزینه پمپ / محدودیت فضا) را موازنه می‌کنیم و بهینه را انتخاب می‌کنیم.

PAPCO

Scanned by CamScanner

جلسه سی‌ام

روش ε-NTU :

جلسه پیش گفتیم روابط سیال را کنترل حجم :

$$Q = (\dot{m}C_p)_h (T_{h_i} - T_{h_o})$$

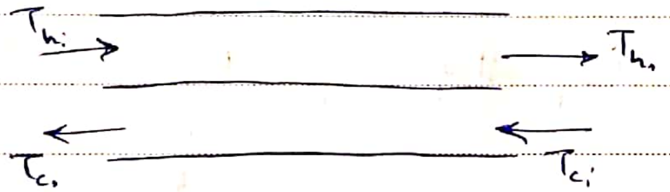
$$Q = (\dot{m}C_p)_c (T_{c_o} - T_{c_i})$$

$$Q = F\,UA \frac{\Delta T_o - \Delta T_i}{\ln \frac{\Delta T_o}{\Delta T_i}}$$

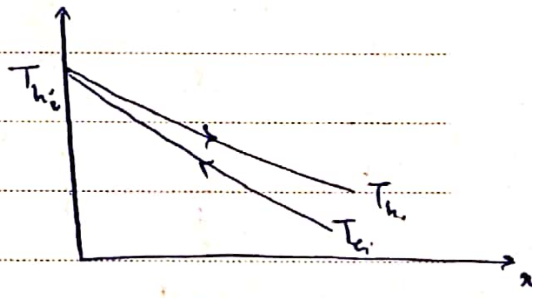
در این روش یک ضریب ε تعریف می‌کنیم :

$$\varepsilon = \frac{q_{\text{واقعی}}}{q_{max}}$$

مثلاً :

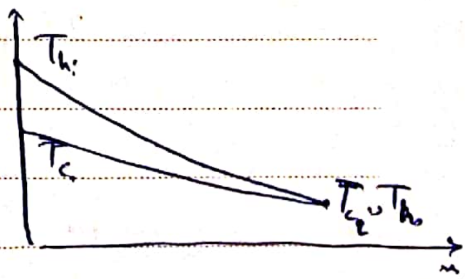



$\Rightarrow q_{max}$ if : $(\dot{m}C_p)_c < (\dot{m}C_p)_h$




$$\Rightarrow \boxed{q_{max} = (\dot{m}C_p)_{min} (T_{h_i} - T_{c_i})}$$

or $q_{max}$ if : $(\dot{m}C_p)_h < (\dot{m}C_p)_c$




حال اگر دو طرف رابطه $Q_{LMTD}$ را تقسیم بر $q_{max}$ رابطه ε-NTU کسب کنیم :



Scanned by CamScanner

$$\frac{Q}{(\dot{m}C_p)_{min}(T_{h_i}-T_{c_i})} = \frac{FUA\,\frac{\Delta T_o-\Delta T_i}{\ln\left(\frac{\Delta T_o}{\Delta T_i}\right)}}{(\dot{m}C_p)_{min}(T_{h_i}-T_{c_i})} \Rightarrow \varepsilon = f\Big(\underbrace{\frac{UA}{C_{min}}}_{NTU},\ \underbrace{\frac{(\dot{m}C_p)_{min}}{(\dot{m}C_p)_{max}}}_{C_r}\Big)$$

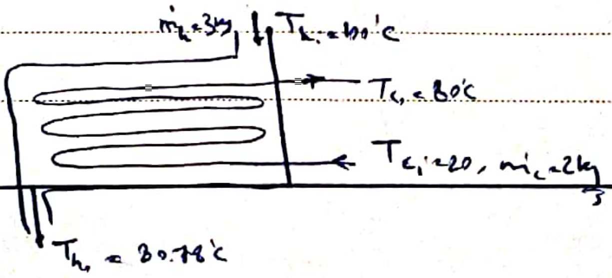
از یک شکل کتاب

* چون Q از LMTD استفاده کردیم، و آن رابطه جای خلاف جهت بود از رابطه خلاف جهت استفاده کردیم

* در کتاب منحنی‌هایی نمودار برحسب ε و NTU و $C_r$ داریم.

استفاده از ε-NTU یک جای وجود دارد. در LMTD اگر ۳ تا از دماها را داشته باشیم می‌توانیم مسئله را حل کنیم. اگر ۲ دما را داشته باشیم آن موقع ۳ معادله با ۲ مجهول می‌شوند. در ε-NTU اگر ۲ دما را داشته باشیم (ورودی خروجی) دیگر مشکل وجود نخواهد داشت.

مثال: روغن داغ $100°C$ برای گرم کردن هوا در یک مبدل پوسته لوله استفاده می‌شود. روغن از مسیر لوله‌ها ۶ مسیر گذر و هوا در پوسته در جریان هستند. می‌خواهیم $2\ \frac{kg}{s}$ هوا را از $20°C$ به $80°C$ برسانیم. گرمای ویژه روغن $2100\ \frac{J}{kg.K}$ و دبی آن $3\ \frac{kg}{s}$ است. سطح لازم برای تبادل حرارت در صورتی که $U=200\ \frac{W}{m^2K}$ باشد چقدر است؟ ← NTU مجهول است چون مساحت مجهول است.




PAPCO

Scanned by CamScanner

$$(\dot{m}C_p)_c (T_{c_o} - T_{c_i}) = (\dot{m}C_p)_h (T_{h_i} - T_{h_o})$$

$$(\dot{m}C_p)_c = 2 \times 1009 = 2018 \ \frac{W}{k}, \quad (\dot{m}C_p)_h = 3 \times 2100 = 6300 \ \frac{W}{k}, \quad \rightarrow (\dot{m}C_p)_c = (\dot{m}C_p)_{min}$$

جایگذاری $\longrightarrow 6300(100 - T_{h,out}) = 2018(80 - 20) \rightarrow T_{h_o} = 80.78$

$$\varepsilon = \frac{q_{واقعی}}{(\dot{m}C_p)_{min}(T_{h_i} - T_{c_i})} = \frac{(\dot{m}C_p)_{min}(T_{c_o} - T_{c_i})}{(\dot{m}C_p)_{min}(T_{h_i} - T_{c_i})} = \frac{(80-20)}{(100-20)} = 0.75$$

$$C_r = \frac{2018}{6300} = 0.32 \quad \Leftarrow \quad C_r = \frac{(\dot{m}C_p)_{min}}{(\dot{m}C_p)_{max}}$$ از طرفی

$\varepsilon \checkmark, C_r \checkmark \longrightarrow NTU \checkmark$ (از روی نمودار) $\Rightarrow NTU = 1.99$

$$\rightarrow 1.99 = \frac{UA}{C_{min}} = \frac{200 \times A}{2018} \rightarrow A = 20 \ cm^2$$ $\rightsquigarrow$ به همین سادگی این [illegible]

* اگر F در نمودارها وجود دارد در واقع $F = f(NTU, C_r)$



Scanned by CamScanner